Exercice1 corrigé

1) $\frac{-35\pi}{4} + 4 \times 2\pi = \frac{-3\pi}{4}$

La mesure principale de $\frac{-35\pi}{4}$ est $\frac{-3\pi}{4}$

2) $\sin x = \frac{-\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \sin x = \sin\frac{-\pi}{4}$

$$x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi \quad et \quad x = \pi - \frac{-\pi}{4} + k2\pi \quad , \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{-\pi}{4} + k2\pi \quad et \quad x = \frac{5\pi}{4} + k2\pi \quad , \quad k \in \mathbb{Z}$$

Sur $[0; 2\pi]$

Pour $k = 0$, on obtient la solution $\frac{5\pi}{4}$

Pour $k = 1$, on obtient la solution $\frac{7\pi}{4}$

Soit $S = \left\{ \frac{5\pi}{4} ; \frac{7\pi}{4} \right\}$

3) $(\vec{u}; -\vec{v}) = \pi + (\vec{u}; \vec{v}) = \frac{4\pi}{3} \quad et \quad (\vec{u}; 2\vec{u}) = 0$

$(\vec{v}; \vec{w}) = (\vec{v}; \vec{u}) + (\vec{u}; \vec{w}) = -(\vec{u}; \vec{v}) + (\vec{u}; \vec{w}) = -\frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4} = \frac{-\pi}{12}$

$(-2\vec{w}; -5\vec{u}) = (-\vec{w}; -\vec{u}) = -(\vec{u}; \vec{w}) = \frac{-\pi}{4}$

Exercice2 corrigé

1)On a : $(\cos x)^2 + (\sin x)^2 = 1$ donc $\sin^2 x = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25}$ donc $\sin x = \frac{4}{5}$ ou $\sin x = -\frac{4}{5}$

Or $\sin x < 0$

donc réponse B)

2) à l'aide du cercle trigo on trouve $x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ ou $x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ avec k ∈ Z

Or $\in [0; 2\pi]$ donc $S = \{\frac{5\pi}{6} ; \frac{7\pi}{6}\}$

réponse A)

3)A $(x) = -\sin x - \cos x + \cos x + \sin x = 0$

donc réponse B)

Exercice4 corrigé

Partie A

1. On considère un angle α qui mesure 144°, alors une mesure en radians de α est $\frac{4\pi}{3}$ rad.

On utilise la proportionnalité suivante :

Angle en degrés	180	144
Angle en radians	π	$\alpha=\frac{144\times\pi}{180}=\frac{4\pi}{5}$

La mesure principale de l'angle α exprimée en radians est donc $\frac{4\pi}{5}$ or la mesure principale de $\frac{4\pi}{3}$ est $\frac{-2\pi}{3}$ donc l'affirmation 1 est fausse.

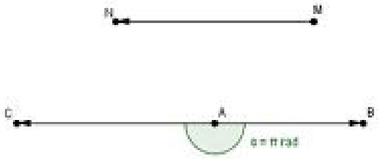
2. Soit l'angle orienté $(\vec{u},\vec{v})$ dont une mesure est $\frac{49\pi}{4}$ rad . La mesure principale de cet angle est $\frac{\pi}{4}$ rad.

$\frac{49\pi}{4}=\frac{48\pi}{4}+\frac{\pi}{4}=12\pi+\frac{\pi}{4}=6\times2\pi+\frac{\pi}{4}$ **. L'affirmation 2 est vraie**

3. A, B, M et N sont 4 points distincts du plan. Si $(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{AB})=3\pi$ rad alors les 4 points A, B, M et N sont alignés.

Si $(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{AB})=3\pi=2\pi+\pi$ radians la mesure principale de l'angle $(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{AB})$ est π

L' affirmation 3 est fausse comme le montre le contre-exemple ci- dessous :



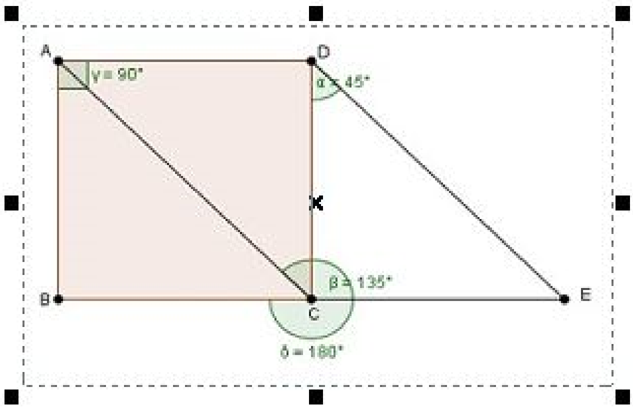
Sur cette figure $(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{AB})=(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB})=\pi$ et pourtant les points A, B, M et N ne sont pas alignés.

Partie B

Méthode : Lorsque les deux vecteurs formant l'angle orienté n'ont pas la même origine, remplacer un des vecteurs (ou les deux) par un vecteur qui lui est égal.

$(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{DE})=+\frac{\pi}{4}$ **car** DCE est un triangle rectangle isocèle en C.

$(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{CA})=(\overrightarrow{CE};\overrightarrow{CA})$ **car** $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CE}$



(BC = CD = CE et B, C, E alignés)

$(\overrightarrow{CE};\overrightarrow{CA})=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}=\frac{3\pi}{4}$ **donc** $(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{CA})=\frac{3\pi}{4}$

$(\overrightarrow{CE};\overrightarrow{DC})=(\overrightarrow{AD};\overrightarrow{AB})=-\frac{\pi}{2}$

$(\overrightarrow{CE};\overrightarrow{DA})=(\overrightarrow{CE};\overrightarrow{CB})=\pi$

Partie C

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\cos(3x)=\frac{-1}{2}$ $\cos(3x)=\frac{-1}{2}=\cos(\frac{2\pi}{3})$

L'équation est donc équivalente à $\begin{cases} 3x=\frac{2\pi}{3}+2k\pi, k\in\mathbb{Z} \\ ou \\ 3x=\frac{-2\pi}{3}+2k\pi, k\in\mathbb{Z}\end{cases}$ **c'est à dire** $\begin{cases} x=\frac{2\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3}, k\in\mathbb{Z} \\ ou \\ x=\frac{-2\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3}, k\in\mathbb{Z}\end{cases}$

pour les solutions de la forme $\frac{2\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3}$ **,**

$k=0$ **donne** $\frac{2\pi}{9}$ **,** $k=1$ **donne** $\frac{8\pi}{9}$ **;** $k=-1$ **donne** $\frac{-4\pi}{9}$ **;**

pour les solutions de la forme $\frac{-2\pi}{9}+\frac{2k\pi}{3}$**,**

$k=0$ **donne** $\frac{-2\pi}{9}$**,** $k=1$ **donne** $\frac{4\pi}{9}$ **;** $k=-1$ **donne** $\frac{-8\pi}{9}$

donc $S=\left\{\frac{-8\pi}{9};\frac{-4\pi}{9};\frac{-2\pi}{9};\frac{2\pi}{9};\frac{4\pi}{9};\frac{8\pi}{9}\right\}$

Partie D

On sait que $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)=\frac{1+\sqrt{5}}{4}$

1. En déduire alors la valeur exacte de $\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)$

$\cos\left(\frac{4\pi}{5}\right)=\cos\left(\pi-\frac{\pi}{5}\right)=-\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)=-\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)$

2. Déterminer la valeur exacte de $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$

On applique la relation fondamentale de la trigonométrie : $\cos^2\left(\frac{\pi}{5}\right)+\sin^2\left(\frac{\pi}{5}\right)=1$ **.**

Donc $\sin^2\left(\frac{\pi}{5}\right)=1-\left(\frac{1+\sqrt{5}}{4}\right)^2=1-\frac{(1+2\sqrt{5}+5)}{16}=\frac{10-2\sqrt{5}}{16}=\frac{5-\sqrt{5}}{8}$

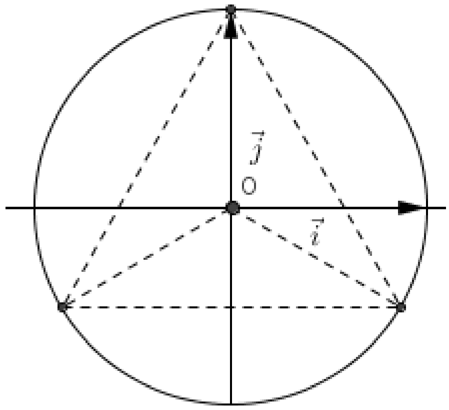
Deux solutions envisageables $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)=\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$ **ou** $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)=-\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$

mais seule, la solution positive convient car $\frac{\pi}{5}\in]0;\pi[$

donc $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)=\sqrt{\frac{5-\sqrt{5}}{8}}$**.**

Exercice3 corrigé

1- Résoudre dans $\mathbb{R}$



$\sin(3x)=-1 \Leftrightarrow \sin(3x)=\sin(\frac{3\pi}{2})$

$\Leftrightarrow\ 3x=\frac{3\pi}{2}+2k\pi \quad ou \quad 3x=\pi-\frac{3\pi}{2}+2k\pi \quad k\in\mathbb{Z}$

$\Leftrightarrow\ x=\frac{\pi}{2}+\frac{2k\pi}{3} \quad ou \quad x=-\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3} \quad k\in\mathbb{Z}$

Remarque :

$\frac{3\pi}{2}=\pi-\frac{3\pi}{2}\ [2\pi]$ il n'y a qu'un ensemble de solutions.

Les solutions dans $\mathbb{R}$

$S=\{-\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3}\ ;\ \frac{\pi}{2}+\frac{2k\pi}{3}\quad k\in\mathbb{Z}\}$

2- Les solutions dans l'intervalle $[0\,;3\pi[$ sont obtenues pour

$x=\frac{\pi}{2}+\frac{2k\pi}{3}$ avec $k=1\ ;\ k=2\ ;\ k=3\ ;\ k=4$. soit $S_1=\{\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{7\pi}{6}\ ;\ \frac{11\pi}{6}\ ;\ \frac{5\pi}{2}\}$

$x=-\frac{\pi}{6}+\frac{2k\pi}{3}$ avec $k=0\ ;\ k=1\ ;\ k=2\ ;\ k=3$. soit $S_2=\{\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{7\pi}{6}\ ;\ \frac{11\pi}{6}\ ;\ \frac{5\pi}{2}\}$

L'ensemble des solutions est donc $S=S_1\cup S_2=\{\frac{\pi}{2}\ ;\ \frac{7\pi}{6}\ ;\ \frac{11\pi}{6}\ ;\ \frac{5\pi}{2}\}$