

Détermination du débit d'eau disponible à une prise d'eau d'un réseau de distribution

La présente note propose une méthode de calcul hydraulique permettant de déterminer le débit d'eau disponible à une prise d'eau (bouche ou poteau d'incendie) avec une pression minimale prédéterminée, sans devoir établir un modèle détaillé du réseau de distribution. En l'absence de données précises, la modélisation *sommaire* se pose comme une alternative simple donnant une précision suffisante.

La méthode se base sur le fait que pour un point de repère donné, l'ensemble d'un réseau de distribution ramifié ou maillé, exempt de toute station de réduction ou d'augmentation intermédiaire de la pression de service (fig. 1), se comporte comme une canalisation *équivalente* avec les caractéristiques hydrauliques d_i , l_i et k_{si} (fig. 2). Le calcul des pertes de charges dans le réseau réel se réduit ainsi à la formule simplifiée $\Delta p = c_i \cdot Q^2$ [Darcy-Weisbach, Strickler]¹.

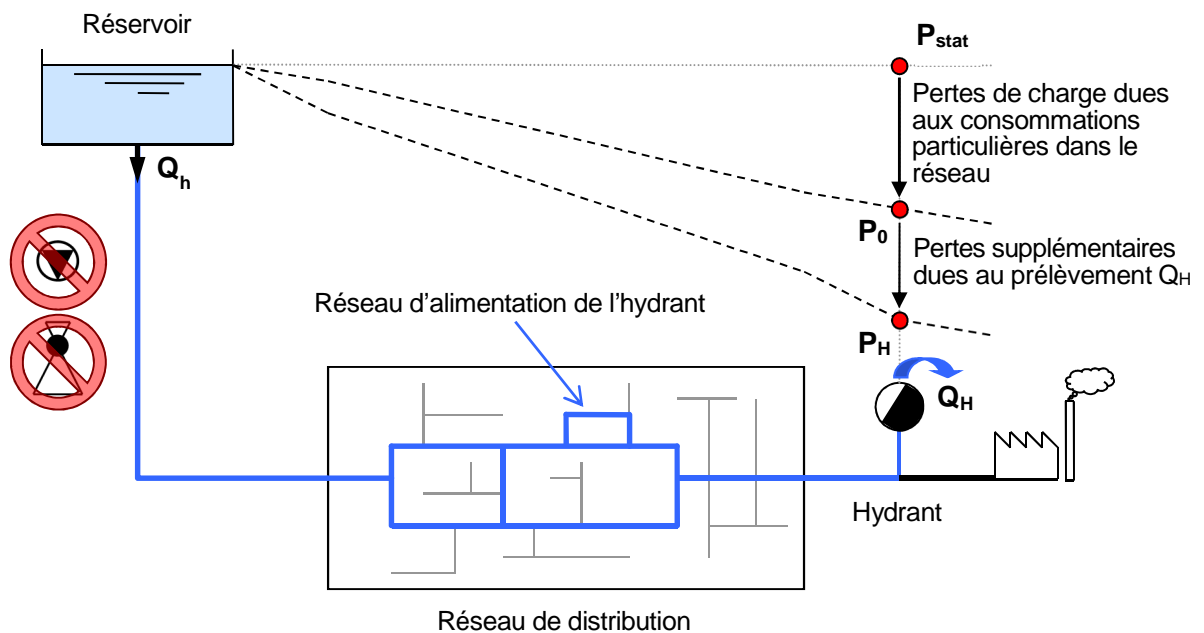


fig. 1

¹ Comme tout modèle mathématique, la relation quadratique $\Delta p = c_i \cdot Q^2$ à base de la théorie exposée dans la présente note est une traduction simplifiée, mais parfaitement maniable d'un mécanisme hydraulique plus complexe. Les calculs de validation de cette théorie montrent que la puissance qui reproduit le mieux ce mécanisme est fonction du diamètre de la canalisation et du coefficient de sa rugosité. En effet, pour les caractéristiques courantes des réseaux de distribution (DN80-DN400, $k_b=0,10-1,00$ mm, $v < 2$ m/s), l'exposant empirique s'établit entre 1,86 et 1,97. Par conséquent, la relation quadratique surestime systématiquement les pertes de charges et, au final, *la méthode déduite sous-estime le débit disponible à la prise d'eau*. Toujours est-il que le manque de précision de la formule de base est compensé par la suite par sa transformation en une fonction polynôme du second degré calibrée par deux séries de mesures de la pression qui représentent le résultat exact du mécanisme engendrant les pertes de charge.

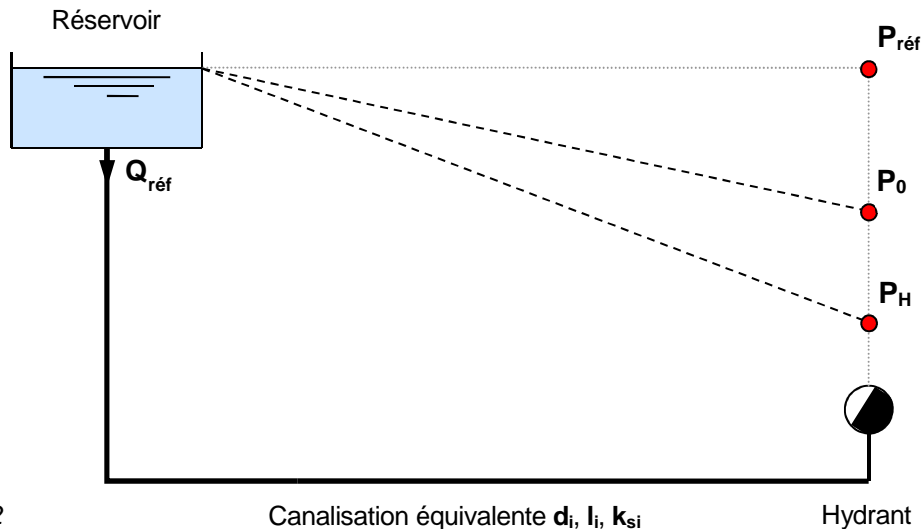


fig. 2

Notons que le système réservoir (avec son plan d'eau qui conditionne la pression dans le réseau) – réseau (avec ses caractéristiques hydrauliques $d_n, l_n, k_{s,n}$) – hydrant (avec son emplacement par rapport au corps du réseau) constitue un ensemble fixe dont tout changement (modification du chemin d'écoulement dans le réseau, choix d'un autre point de repère) invalide les conclusions basées sur le présent calcul.

Le comportement hydraulique réel du réseau (structure du réseau, coefficients de rugosité des conduites, consommations particulières) est reproduit par un système équivalent calibré par deux séries de mesures de pression réalisées in situ, sur la prise d'eau dont il est question. Les données mesurées permettent de déterminer par la suite un polynôme d'ajustement du second degré décrivant la relation entre la pression dynamique au droit de l'hydrant et le débit de l'eau prélevée sur celui-ci, sans considérer le fonctionnement interne du réseau de distribution.

Au préalable, il faut lever la cote de l'hydrant pour déterminer la pression statique P_{stat} (en mètres de colonne d'eau ou en bars, *toutes les pressions devant être exprimées par la suite dans la même unité*) exercée au droit de la prise d'eau par le plan d'eau du réservoir.

Série de mesures I

La première série de mesures consiste en *au moins* cinq mesures² de la pression dynamique au droit de l'hydrant, dont trois avec prélèvements d'eau *bien espacés*. La suite montre qu'il est important que toutes ces mesures soient faites pendant une période de *consommation aussi constante que possible* dans le réseau :

- P_0' pour $Q = 0 \text{ m}^3/\text{h}$ ou $1/\text{s}$, *tous les débits devant être exprimés dans la même unité*
- P_1 pour $Q = Q_1$
- P_2 pour $Q = Q_2$
- P_3 pour $Q = Q_3$
-
- P_m pour $Q = Q_m$
- P_0'' pour $Q = 0 \text{ m}^3/\text{h}$ ou $1/\text{s}$

Les pressions de service P_0' et P_0'' , mesurées sans que de l'eau ne soit prélevée sur l'hydrant, renseignent sur les pertes de charges engendrées par les consommations particulières dans le réseau au moment de cette campagne. Ensuite, les valeurs P_1 à P_m permettent de déterminer les pertes de charge *supplémentaires* engendrées par le prélèvement d'eau sur l'hydrant.

² Mathématiquement, trois couples débit/pression suffisent pour déterminer le polynôme d'ajustement du second degré. Cependant, la variation permanente des consommations particulières et les fluctuations de la courbe des pressions qui en résultent exigent un nombre plus élevé de points de mesures pour obtenir un résultat concluant.

Sachant que le réseau se comporte comme une canalisation équivalente avec une relation parabolique entre le débit acheminé et les pertes de charge résultantes, l'on détermine par la suite le polynôme d'ajustement du second degré décrivant la relation entre la pression dynamique au droit de l'hydrant et le débit de l'eau prélevée sur celui-ci :

$$(1) \quad P = C - A \cdot Q^2 - B \cdot Q$$

avec : • $C = P_0 = (P_0' + P_0'') \div 2$

• A et B étant deux coefficients pouvant être ajustés par la méthode des moindres carrés [algèbre]

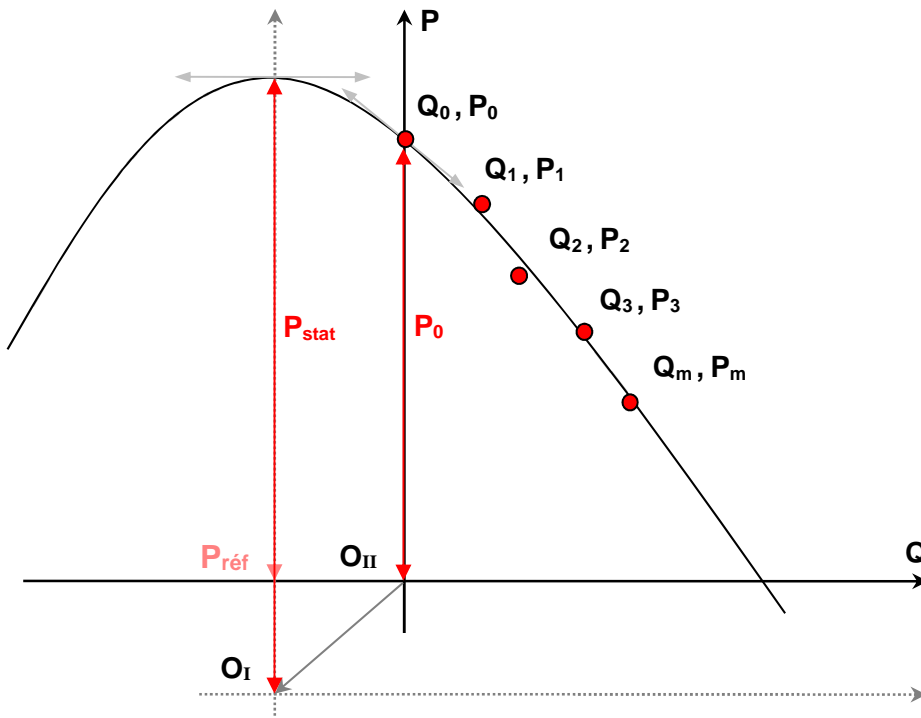


fig. 3

Le développement théorique de ce raisonnement aboutit aux propriétés suivantes :

- A est une *constante* déterminée par les caractéristiques hydrauliques du réseau d'alimentation de la prise d'eau (paramètres d_n , l_n , k_{sn} des différents tronçons), *indépendante* de la consommation particulière dans le réseau. Tout changement de cet ensemble (modification du chemin d'écoulement dans le réseau, choix d'une autre prise d'eau) modifiera également la valeur du coefficient A et invalidera les conclusions basées sur le présent calcul. La théorie de l'algèbre montre d'ailleurs que le coefficient A conditionne la forme de la courbe représentative du polynôme qui reste donc fixe pour un ensemble réseau/hydrant donné.
- B est une fonction *linéaire* des volumes d'eau Q_n acheminés à travers les différents tronçons du réseau d'alimentation de la prise d'eau. B change donc en fonction des conditions de consommation particulière qui règnent dans le réseau.
- C est égal à la pression *dynamique* P_0 au droit de la prise d'eau, sans que de l'eau n'en soit prélevée.

En vertu de la démonstration théorique à base de la présente note, nous pouvons écrire de façon simplifiée que :

$$P = (P_{\text{réf}} - c_i \cdot Q_{\text{réf}}^2) - c_i \cdot Q^2 - (2 \cdot c_i \cdot Q_{\text{réf}}) \cdot Q$$

avec :

- $c_i = (4^{10/3} \cdot l_i) \div (k_{si}^2 \cdot d_i^{16/3} \cdot \pi^2)$, coefficient déterminé par les caractéristiques hydrauliques de la canalisation équivalente (se référer à l'introduction de la présente note). En fait, le facteur c_i correspondant à la somme arithmétique³ des coefficients particuliers des différents tronçons composant le réseau d'alimentation de la prise d'eau analysée.

- $Q_{\text{réf}} = B/2 \cdot A$, consommation particulière de référence acheminée à travers la canalisation équivalente (voir fig. 2). $Q_{\text{réf}}$ correspond à la moyenne pondérée des volumes d'eau Q_n acheminés à travers les différents tronçons composant le réseau d'alimentation de la prise d'eau, les coefficients c_n étant les poids de la moyenne pondérée.
- $P_{\text{réf}} = C + B^2/4 \cdot A$, plan d'eau de référence conditionnant la pression dans la canalisation équivalente (voir fig. 3).

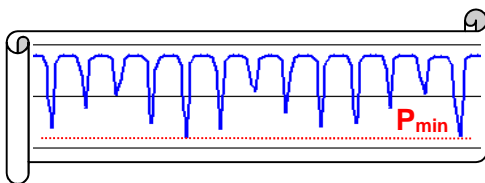
Le terme $c_i \cdot Q_{\text{réf}}^2$ correspond à la perte de charge engendrée par la consommation particulière de référence dans la canalisation équivalente. La différence $P_{\text{réf}} - c_i \cdot Q_{\text{réf}}^2$ donne la pression dynamique au droit de la prise d'eau. Il s'ensuit que, transcrit pour le cas d'une consommation particulière nulle dans le réseau, le polynôme d'ajustement s'écrit comme suit, le facteur $B = 0$ et $P_{\text{réf}} = P_{\text{stat}}$ (car $k = 0$, voir la suite de la note) :

$$P = P_{\text{stat}} - c_i \cdot Q^2$$

En fait, comme l'illustre la fig. 3 de la page précédente, la parabole (I) est transposée du système de coordonnées avec comme origine O_{II} dans le système basé sur l'origine O_I , la courbe ayant une forme fixe car le coefficient A étant constant. Les termes $Q_{\text{réf}}$ et $P_{\text{stat}} - P_{\text{réf}}$ correspondent respectivement à l'abscisse et à l'ordonnée de l'origine O_{II} dans le système basé sur l'origine O_I .

Série de mesures II

Par la suite, la campagne de mesure est complétée par une mesure de longue durée avec un enregistreur des pressions monté sur la prise d'eau. Ces mesures permettent de déterminer la pression dynamique minimale P_{min} à la prise d'eau au moment des pointes de consommation exceptionnelles dans le réseau :



En vue de ce qui précède, la journée de pointe exceptionnelle correspond à la parabole suivante :

$$P = C' - A' \cdot Q^2 - B' \cdot Q$$

- avec :
- C' étant égal à la pression dynamique mesurée au droit de la prise d'eau = P_{min}
 - $A' = A$, étant donné que ce coefficient est une *constante* indépendante de la consommation particulière dans le réseau
 - $B' = ?$

³ Compte tenu des équivalences des circuits série ($c_i = c_n + c_m$) et parallèles ($1/\sqrt{c_i} = 1/\sqrt{c_n} + 1/\sqrt{c_m}$).

Afin de déterminer la valeur du coefficient B' , nous supposons qu'en période de consommation exceptionnelle, le pourcentage de la répartition des différentes consommations particulières est identique à celui qui prévalait au cours de la campagne des mesures de courte durée. Cette hypothèse est couramment appliquée lors du calcul hydraulique des réseaux de distribution. Alors, il peut être démontré que les volumes d'eau Q_n acheminés à travers les différents tronçons ont également augmenté de façon proportionnelle, c.à.d. que $Q_n' = k \cdot Q_n$.

Sachant que le coefficient B est une fonction *linéaire* des volumes d'eau acheminés à travers les différents tronçons de la ligne d'alimentation de la prise d'eau, il s'ensuit que :

$$(2) \quad \bullet \quad B' = k \cdot B$$

Le développement théorique à base de ce raisonnement montre que le facteur k est une fonction de P_{stat} , de P_0 et de P_{min} . En effet :

$$(3) \quad k^2 = \frac{P_{\text{stat}} - P_{\text{min}}}{P_{\text{stat}} - P_0}$$

On remarque que si la valeur de P_0 s'approche de celle de P_{stat} , k tend vers l'infini. L'expérience montre que les dénominateurs proches de zéro rendent aléatoires ou, pire, invalident les conclusions tirées de tels calculs⁴. Il en résulte comme consigne de profiter de périodes à fortes consommations particulières et, donc, à fortes pertes de charges pour réaliser les mesures de courte durée, tout en rappelant que ces périodes de pointe doivent se caractériser, pendant la durée de la campagne, par une demande aussi *constante* que possible.

Finalement, on peut calculer la disponibilité d'eau à la prise d'eau avec la pression minimale prescrite par la réglementation en vigueur par exemple en résolvant l'équation du second degré suivante :

$$\boxed{-A \cdot Q^2 - B \cdot \sqrt{(P_{\text{stat}} - P_{\text{min}}) \div (P_{\text{stat}} - P_0)} \cdot Q + P_{\text{min}} = P_{\text{régl}}}$$

Comme le montre la fig. 4 de la page suivante, l'origine O_{II} se déplace sur une courbe vectorielle $[k \cdot x_{k=1}, k^2 \cdot y_{k=1}]$ dont la forme est déterminée par le pourcentage (*supposé fixe*) de la répartition des différentes consommations particulières dans le réseau. Tout changement *significatif* de cette répartition (raccordement ou déplacement d'un grand consommateur) invalide les conclusions basées sur le présent calcul. Mentionnons à titre de curiosité que pour le facteur de pointe $k_0 = \sqrt{P_{\text{stat}} \div (P_{\text{stat}} - P_0)}$, l'origine O_{II} se situe sur la courbe des pressions et $P_{\text{min}} = 0$.

Sachant en outre que $P_{\text{min}} = P_{\text{stat}} - k^2 \cdot (P_{\text{stat}} - P_0)$, la multiplication du facteur k par un coefficient d'augmentation de la pointe future permet d'établir *une estimation sommaire*⁵ de la disponibilité d'eau en cas d'accroissement de la consommation particulière future, sous réserve que la répartition des différentes consommations ne diffère pas de manière substantielle de la répartition à base du présent calcul.

⁴ Alternativement, il est préconisé d'employer la formule $k = Q_{n \text{ max}} \div Q_n$. En principe moins précise, cette formule permet dans ce cas limite de donner un résultat plus probant. Se référer à la suite de la note.

⁵ Voir la suite pour les explications relatives à la précision de cette estimation.

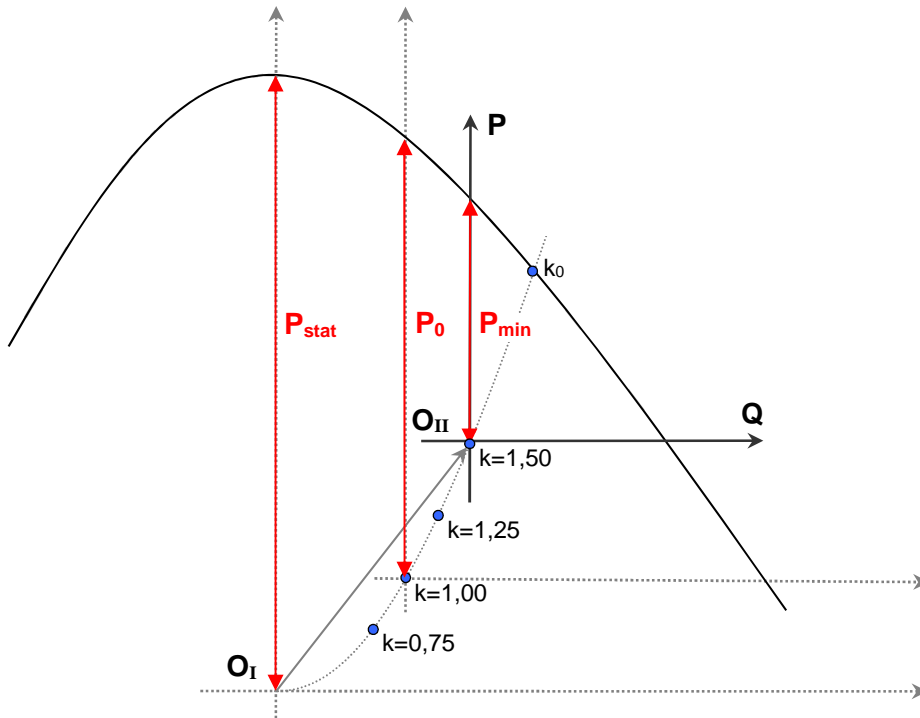


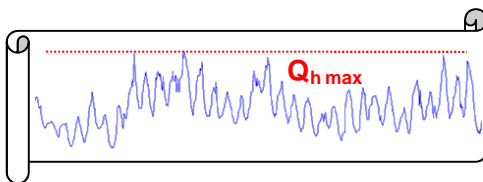
fig. 4

Approche alternative

Alternativement à la mesure de longue durée, le coefficient k peut également être déterminé sur base des débits mesurés à la sortie du réservoir qui alimente le réseau de distribution. En effet, dans la logique du raisonnement qui conduit à la formule (2), nous pouvons écrire que :

$$(4) \quad k = Q_{h \max} \div Q_h$$

- avec :
- Q_h étant égale à la consommation particulière (horaire) dans le réseau pendant la campagne de mesure de la pression dynamique
 - $Q_{h \max}$ étant égale à la pointe de la consommation particulière (horaire) dans le réseau extraite du relevé du compteur à la sortie du réservoir



De nouveau, on peut calculer la disponibilité d'eau à la prise d'eau avec la pression minimale prédéterminée en résolvant l'équation du second degré suivante, sachant de nouveau que $P_{\min} = P_{\text{stat}} - k^2 \cdot (P_{\text{stat}} - P_0)$:

$$- A \cdot Q^2 - B \cdot (Q_{h \max} \div Q_h) \cdot Q + P_{\min} = P_{\text{régl}}$$

Comme indiqué ci-devant, multiplication du facteur k par un coefficient d'augmentation de la pointe future permet d'établir une estimation sommaire de la disponibilité d'eau en cas d'accroissement de la consommation particulière future $Q_{h \max \text{ futur}}$.

Les calculs de validation de la présente note montrent toutefois que le facteur de pointe déterminée sur base de la formule (4) fournit une disponibilité d'eau plus approximative que celui déduit de la formule (3) découlant de la mesure de longue durée des pressions résiduelles faite in situ⁶. Entre outre, les mesures Q_h et $Q_{h\max}$ étant réalisées en tête du réseau de distribution et non sur la prise d'eau dont question au présent calcul, elles ne tiennent pas compte de la répartition stochastique et de la variation permanente des différentes consommations particulières dans le réseau et des pertes de charges qui en résultent.

Autre application

Autre application :

L'approche exposée dans la présente note est également valable pour déterminer la baisse de la pression de service dans une zone précise du réseau de distribution suite au raccordement futur d'un grand consommateur (p.ex. une nouvelle zone résidentielle) à un autre endroit. Le prélèvement de l'eau simulant le futur consommateur est opéré sur une prise d'eau au droit du point de raccordement. Les mesures de pression sont réalisées sur une prise d'eau de la zone analysée.

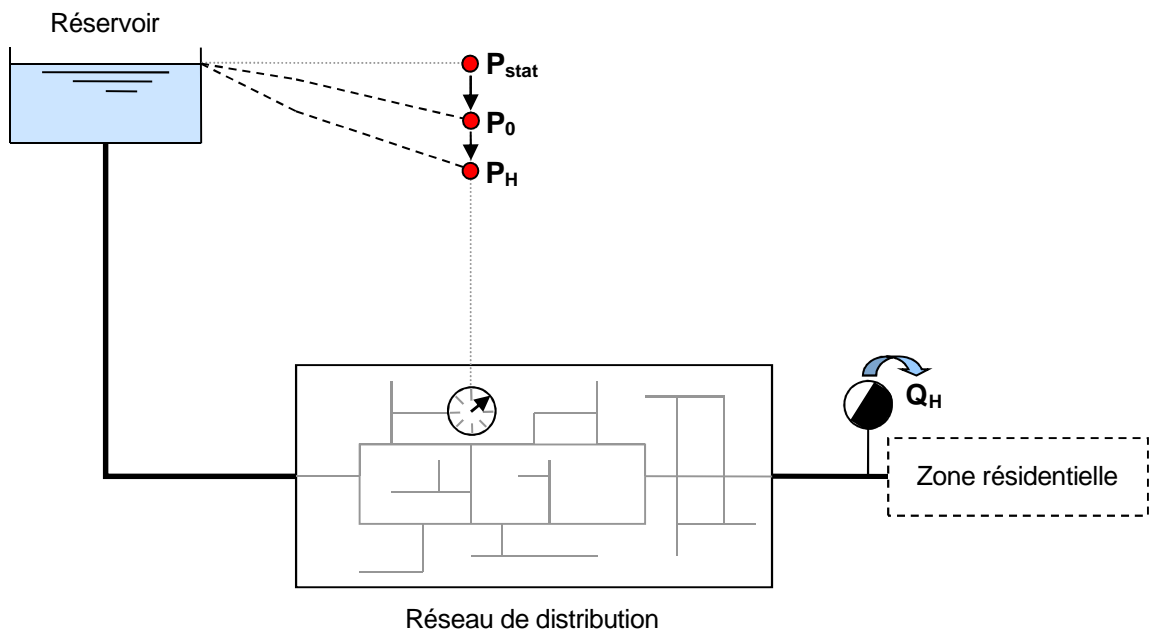


fig. 5

Ainsi, après détermination du polynôme d'ajustement, on peut calculer la future pression de service P_{serv} dans la zone considérée en calculant la formule suivante pour différentes consommations Q_H futures :

$$-A \cdot Q_H^2 - B \cdot \sqrt{(P_{stat} - P_{min}) \div (P_{stat} - P_0)} \cdot Q_H + P_{min} = P_{serv}$$

⁶ Le débit volumique est le paramètre sur lequel est effectuée l'opération de calcul des pertes de charge, calcul dont la précision dépend du modèle qui reproduit le mécanisme engendrant ces pertes. Or, la formule $k = Q_{h\max} \div Q_h$ est directement déduite de la relation quadratique $\Delta p = c_i \cdot Q^2$ et hérite de son imprécision, sans que cette imprécision soit compensée par un calibrage. En revanche, les pressions mesurées entrant dans la formule (3) représentent le résultat exact de ce mécanisme hydraulique et permettent d'en déduire, au final, une disponibilité d'eau plus précise, sachant toutefois que ces deux approches sous-estiment le résultat final (se référer à la note de bas de page 1).

Remarques finales :

L'eau prélevée sur l'hydrant lors de la campagne de mesure s'ajoute aux prélèvements déjà effectués par les consommateurs particuliers et induit donc des pertes de charges *supplémentaires* dans le réseau. Par conséquent, la pente de la courbe d'ajustement au point d'intersection avec l'axe des ordonnées (P) doit nécessairement être négative. En effet, la valeur de la pente de la parabole en ce point est égale à $\delta P / \delta Q = -2 \cdot A \cdot Q - B = -B < 0$ pour $Q = 0$ (se référer à la fig. 6 ci-après).

En revanche, la formule $P = c - a \cdot Q^{1.85}$ [Hazen-Williams], fréquemment utilisée dans les pays anglophones pour modéliser le comportement des réseaux d'irrigation ou d'incendie et qui est des fois reprise pour le calcul des pressions résiduelles dans les réseaux de distribution, présente une pente nulle au point d'intersection avec l'axe des ordonnées. En effet, $\delta P / \delta Q = -1.85 \cdot a \cdot Q^{0.85} = 0$ pour $Q = 0$ ⁷.

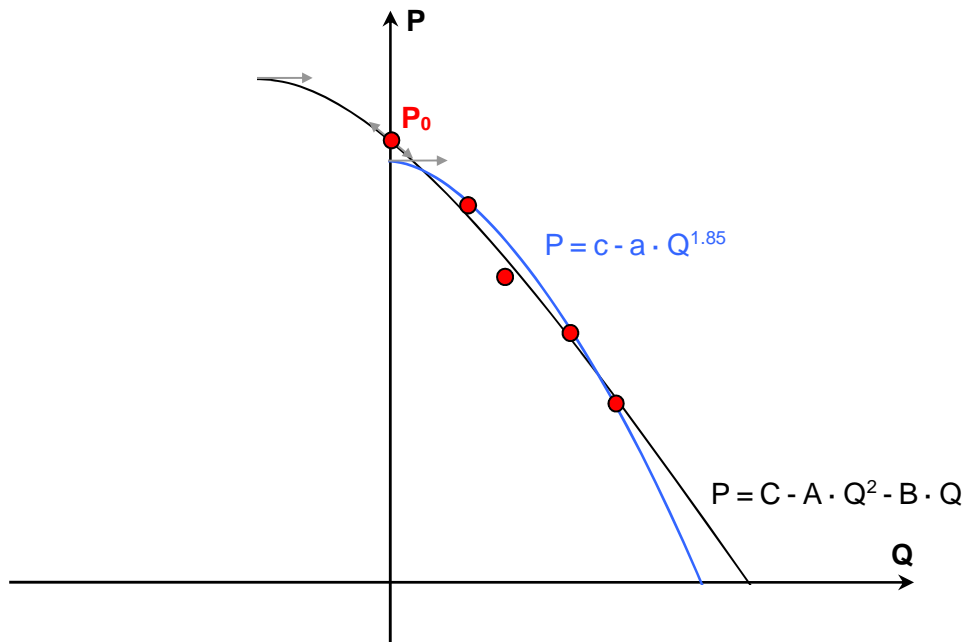


fig. 6

En conclusion, la régression à l'aide d'un polynôme du deuxième ordre reproduit le mieux les propriétés des données mesurées. Comme exposé dans la présente note technique, le polynôme présente en outre l'avantage de pouvoir être transcrit pour différentes cas de figures.

A noter également que la présente note technique a été déduite de façon théorique de réseaux de conduites ramifiées. Son application pour les réseaux maillés de même que pour les réseaux approvisionnés de façon conjointe par deux réservoirs a été validée par simulation de réseaux réels et fictifs sur ordinateur. Le tableur Excel accompagnant la note sur le site www.eauxpotables.com permet d'appliquer la méthode théorique proposée ci-devant.

Philippe Colbach
pcolbach@best.lu

Luxembourg, le 25 juin 2007
 (version révisée le 3 décembre 2018)

⁷ A souligner toutefois que l'exposant 1,85 s'approche sensiblement de l'exposant empirique qui reproduit le mieux le mécanisme hydraulique générant les pertes de charges (se référer à la note de bas de page 1).