Partie 1 : Cinématique, dynamique

Exercice 1

Une masse ponctuelle se déplace sur une courbe d'équation paramétrique :

$$x = de^{-2\omega t}\ ; y = bcos(2\omega t)\ ; z = csin(2\omega t)$$

où t est le temps, a, b, c, ω des constantes positives.

1. Déterminer la vitesse et l'accélération à un temps t donné.
2. Calculer les modules de la vitesse et l'accélération à l'instant t=0.
3. Calculer l'angle que fait la vitesse initiale avec l'axe Ox pour $c=d$

Exercice 2

La Lune est en rotation synchrone autour de la Terre, c'est-à-dire qu'elle lui présente toujours la même face. Sa période de révolution sidérale T est de 27 jours 1/3. On suppose que l'orbite lunaire est circulaire de rayon R.

On note M_T la masse de la Terre, G la constante universelle de la gravitation.

On donne : $M_T = 6.10^{24}$ kg et $R_T = 6400$ km ; $G = 6{,}67.10^{-11}$ SI.

1. Calculer T en secondes.
2. Exprimer R en fonction de M_T, G et T. Calculer numériquement R.

Exercice 3

Établir la loi de composition des accélérations. Examiner les cas particuliers où le mouvement d'entraînement est un mouvement de translation pur puis le cas où c'est un mouvement de rotation uniforme pur. Montrer alors que si le principe d'inertie est vérifié dans un référentiel R' en mouvement par rapport à un référentiel R galiléen, alors R' est en translation rectiligne uniforme par rapport à R. Donner alors un nouvel énoncé des lois de la mécanique newtonienne dans un référentiel non galiléen.

Exercice 4

Considérons la situation représentée dans la figure 1 ci-dessous.

On donne $m_A = 6$ kg et $m_B = 2$kg. Les blocs et la surface horizontale sont en bois avec les coefficients de frottement $\mu_A = 0{,}5$ et $\mu_B = 0{,}3$. En utilisant la 2ème et la 3ème loi de Newton, calculer le module de la poussée H pour que le bloc B ne glisse pas vers le bas.

Réf. Cours Collège Maisonneuve, 20. Dynamique des systèmes

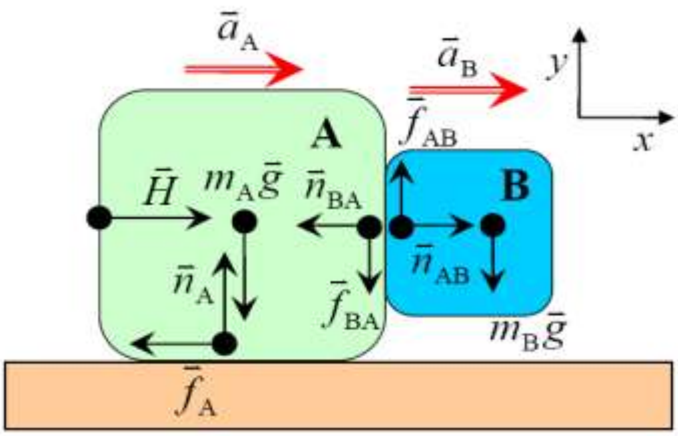

Figure 1

Exercice 5
Une particule M de masse m décrit une ellipse de centre O, de demi-axes a et b, d'équation
$\overrightarrow{OM} = \vec{r} = a\cos\omega t\vec{\imath} + b\sin\omega t\vec{\jmath}$.
Les vecteurs $\vec{\imath}$ et $\vec{\jmath}$ désignent les vecteurs unitaires dans le repère cartésien Oxy orthonormé tandis que a, b et ω sont des constantes.
Montrer que la résultante des forces agissant sur M dérive d'une énergie potentielle E_p que l'on déterminera en fonction de *m*, ω et *r=OM*.
En déduire le travail de la force appliquée lorsque la particule se déplace de r_1 à r_2.
Montrer que l'énergie mécanique totale est conservée
Déterminer les positions où l'énergie se répartit en quantités égales sous forme cinétique et potentielle.

Exercice 6 (Figure 2)
Un enfant de masse *m* = 40 kg saute depuis une hauteur h = 1 m sur un trampoline assimilé à un ressort de constante de raideur *k* = 4000 N.m-1.
L'enfant est debout et le trampoline est totalement comprimé dans la position $d = -z_m$. Résoudre *d* en fonction de *m, g, h* et *k*. (*g* accélération de la pesanteur). Calculer *d*.
Si l'enfant ne pousse pas avec ses jambes à quelle hauteur *h'* va-t-il remonter ?
L'enfant exerce une poussée verticale qui lui permet de monter à une hauteur de *h'' = 2 m*. Calculer l'énergie fournie par l'enfant.

(Mini manuel de mécanique du point, p144)

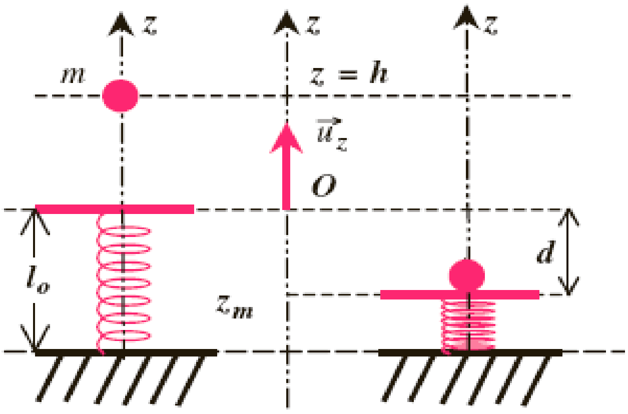

Figure 2

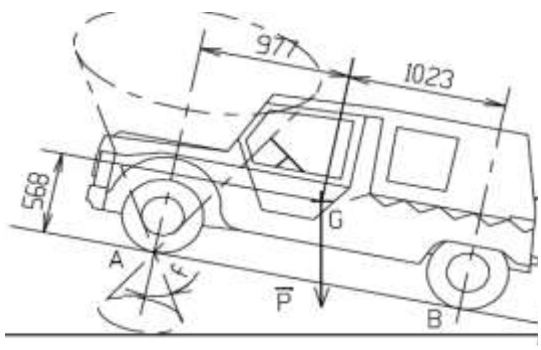

Figure 3

Exercice 7 (Figure 3)
Soit la voiture représentée sur la figure 3, à l'arrêt sur une pente inclinée à 20%. Le frein à main est serré et agit sur les roues avant. Les roues arrière restent libres. Le poids de la voiture P est de 935 daN. En projetant les relations d'équilibre des forces sur des axes convenables, calculer le facteur de frottement minimum nécessaire *f* en A pour que la voiture reste immobilisée.

Exercice 8
1. Exprimer le module $g(r)$ du champ gravitationnel terrestre à une distance $r>R$, R rayon de la terre, et de $g_0 = g(R)$.
2. Déterminer, en fonction de r, R, g_0, la norme $V(r)$ de la vitesse, dans le référentiel géocentrique, d'un satellite terrestre de masse *m* en orbite circulaire de rayon *r* autour de la Terre.
3. En déduire la période $T(r)$ du mouvement du satellite en fonction de r, R, g_0
4. Comparer l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du satellite. Donner son énergie mécanique totale.
5. Calculer le rayon de l'orbite géostationnaire ainsi que la vitesse linéaire du satellite sur cette orbite. On donne : période de rotation de la terre sur elle-même : T = 23,93419 heures.