Les cinq questions sont indépendantes.

1. Dans un lycée donné, on sait que 55 % des élèves sont des filles. On sait également que 35 % des filles et 30 % des garçons déjeunent à la cantine. On choisit, au hasard, un élève du lycée.
Quelle est la probabilité que cet élève ne déjeune pas à la cantine ?

2. Une urne contient 10 jetons numérotés de 1 à 10, indiscernables au toucher. On tire 3 jetons simultanément.
Combien de tirages différents peut-on faire contenant au moins un jeton à numéro pair ?

3. Une variable aléatoire Y suit une loi binomiale de paramètres 20 et $\frac{1}{5}$.
Calculer la probabilité que Y soit supérieure ou égale à 2. Donner une valeur approchée du résultat à 10^{-3} .

4. Un appareil ménager peut présenter après sa fabrication deux défauts.
On appelle A l'évènement « l'appareil présente un défaut d'apparence » et F l'évènement « l'appareil présente un défaut de fonctionnement ».
On suppose que les évènements A et F sont indépendants.
On sait que la probabilité que l'appareil présente un défaut d'apparence est égale à 0,02 et que la probabilité que l'appareil présente au moins l'un des deux défauts est égale à 0,069.
On choisit au hasard un des appareils. Quelle est la probabilité que l'appareil présente le défaut F ?

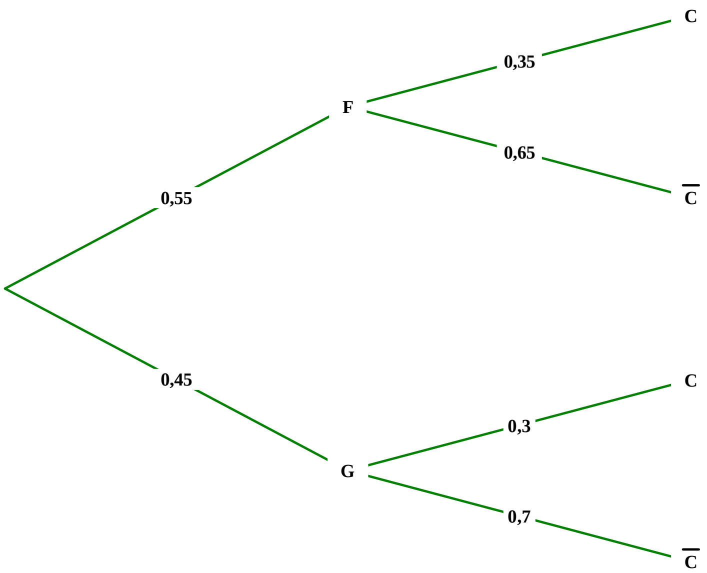
5. On considère l'algorithme :

```
A et C sont des entiers naturels,
C prend la valeur 0
Répéter 9 fois
        A prend une valeur aléatoire entière entre 1 et 7.
                Si A > 5 alors C prend la valeur de C + 1
                Fin Si
Fin répéter
Afficher C.
```

Dans l'expérience aléatoire simulée par l'algorithme précédent, on appelle X la variable aléatoire prenant la valeur C affichée.
Quelle loi suit la variable X ? Préciser ses paramètres.

CORRECTION

1. $p = p(F \cap \overline{C}) + p(G \cap \overline{C}) = 0,55 \times 0,65 + 0,45 \times 0,7$ donc $p = 0,6725$



2. Nombre de tirages possibles : $\begin{pmatrix} 3 \\ 10 \end{pmatrix} = 120$

Nombre de tirages ne contenant pas de numéro pair : on choisit simultanément 3 jetons parmi les 5 jetons impairs soit $\begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$ = 10 tirages

Nombre de tirages contenant au moins un numéro pair : 120 – 10 = 110

3. $p\,(Y \geq 2) = 1 - [P(Y = 0) + P(Y = 1)] = 0,931$ à 10^{-3} près.

4. $p(\text{A}) = 0{,}02$; $p(\text{A} \cup \text{F}) = 0{,}069$, $p(\text{A} \cap \text{F}) = p(\text{A}) \times p(\text{F})$

$p(\text{A} \cup \text{F}) = p(\text{A}) + p(\text{F}) - p(\text{A}) \times p(\text{F})$ donc $p(\text{A} \cup \text{F}) = p(\text{A}) + p(\text{F})\,(1 - p(\text{A}))$ donc $0{,}069 = 0{,}02 + p(\text{F}) \times 0{,}98$ donc $p(\text{F}) = \dfrac{0{,}049}{0{,}98} = 0{,}05$

5. A partir de cet algorithme : on génère 9 fois un nombre aléatoire compris entre 1 et 7
C compte le nombre de fois où ce nombre est strictement supérieur à 5 lors de 9 tirages.
On a donc une succession de 9 expériences aléatoires identiques et indépendantes (prendre un nombre entier compris entre 1 et 7)
Chacune de ces expériences a deux issues :

« succès » : « le numéro obtenu est strictement supérieur à 5 », $p = \dfrac{2}{7}$

« échec » : « le numéro obtenu n'est pas strictement supérieur à 5 », $q = 1 - p$

alors la variable aléatoire X suit la loi binomiale de paramètres $n = 9$ et $p = \dfrac{2}{7}$