Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'*est demandée. Pour chacune des questions, une seule des quatre réponses est exacte. Chaque réponse correcte rapporte 1 point. Une réponse erronée ou une absence de réponse* n'*ôte pas de point. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.*

1. Soit $z_1 = \sqrt{6}\,e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_2 = \sqrt{2}\,e^{-i\frac{\pi}{3}}$. La forme exponentielle de $i\dfrac{z_1}{z_2}$ est :

a. $\sqrt{3}\,e^{i\frac{19\pi}{12}}$ *b.* $\sqrt{12}\,e^{-i\frac{\pi}{12}}$ *c.* $\sqrt{3}\,e^{i\frac{7\pi}{12}}$ *d.* $\sqrt{3}\,e^{i\frac{13\pi}{12}}$

2. L'équation $-z = \overline{z}$, d'inconnue complexe z admet :

a une solution
b. deux solutions
c. une infinité de solutions donc les points images sont situés sur une droite.
d. une infinité de solutions donc les points images sont situés sur un cercle.

3. Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère les points A(1 ; 2 ; 3), B (– 1 ; 5 ; 4) et C (– 1 ; 0 ; 4).
La droite parallèle à la droite (AB) passant par le point C a pour représentation paramétrique :

a. $\begin{cases} x = -2t-1 \\ y = 3t \\ z = t+4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ *b.* $\begin{cases} x = -1 \\ y = 7t \\ z = 4t+4 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ *c.* $\begin{cases} x = -1-2t \\ y = 5+3t \\ z = 4+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$ *d.* $\begin{cases} x = -2t \\ y = -3t \\ z = -t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$

4. Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère le plan P passant par le point D(– 1 ; 2 ; 3) et de vecteur normal $\vec{n}$ (3 ; – 5 ; 1), et la droite Δ de représentation paramétrique $\begin{cases} x = t-7 \\ y = t+3 \\ z = 2t+5 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

a. La droite Δ est perpendiculaire au plan P.
b. La droite Δ est parallèle au plan P et n'a pas de point commun avec le plan P.
c. La droite Δ et le plan P sont sécants.
d. La droite Δ est incluse dans le plan P.

CORRECTION

1. Réponse *d*.
Tout peut se faire à la calculatrice.

$$\left| i\frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$$ donc *b* est faux

$$\arg\left(i\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg i + \arg z_1 - \arg z_2 + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$$

$$\arg\left(i\frac{z_1}{z_2}\right) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - \frac{-\pi}{3} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$$

$$\arg\left(i\frac{z_1}{z_2}\right) = \frac{13\pi}{12} + 2k\pi \ (k \in \mathbb{Z})$$

2. Réponse *c*
$z = x + iy$ (x et y réels) donc $-z = \overline{z} \Leftrightarrow -x - iy = x - iy \Leftrightarrow x = 0$
L'équation $-z = \overline{z}$, d'inconnue complexe z admet une infinité de solutions donc les points images sont situés sur la droite d'équation $x = 0$

3. Réponse *a*.
Le point C appartient aux 2 premières droites mais n'appartient ni à la droite de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = -1-2t \\ y = 5+3t \\ z = 4+t \end{cases}$ (il faut choisir $t = 0$ pour que $x = -1$ mais alors $y \neq 0$) donc la réponse *c* est fausse, ni à la droite de représentation paramétrique : $\begin{cases} x = -2t \\ y = -3t \\ z = -t \end{cases}$ (il faut choisir $2t = 1$ pour avoir $x = -1$ et $t = 0$ pour avoir $y = 0$) donc la réponse *d* est fausse.

$\overrightarrow{\text{AB}}$ a pour coordonnées (– 2 ; 3 ; 1) ce vecteur est un vecteur directeur de la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = -2t - 1 \\ y = 3t \\ z = t + 4 \end{cases}$

donc la réponse *a* est juste.

4. Réponse *b*.

Le plan P passant par le point D(– 1 ; 2 ; 3) et de vecteur normal $\vec{n}$ (3 ; – 5 ; 1) a pour équation $3x - 5y + z = -3 - 10 + 3$
soit $3x - 5y + z = -10$
Cherchons les points d'intersection de Δ et de P.
Soit M un point de Δ
$3x - 5y + z + 10 = 3(t - 7) - 5(t + 3) + (2t + 5) + 10 \Leftrightarrow 3x - 5y + z + 10 = -21 - 15 + 5 + 10 \Leftrightarrow 3x - 5y + z + 10 = -21$
donc $3x - 5y + z + 10 \neq 0$.
La droite Δ est parallèle au plan P et n'a pas de point commun avec le plan P.