Chapitre 10 : Connaître et utiliser les triangles

I\ Droites remarquables dans un triangle :

a) Les médiatrices :

Définition

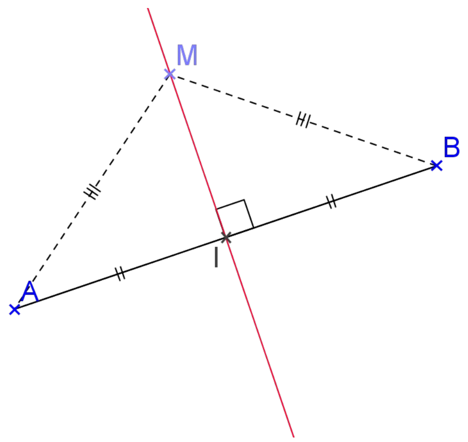
La médiatrice d'un segment est la droite perpendiculaire au segment passant par son milieu.

Propriété

Si un point appartient à la médiatrice d'un segment, alors il est à égale distance des extrémités du segment.

Si un point est à égale distance des extrémités d'un segment, alors il appartient à la médiatrice de ce segment.

Exemple :

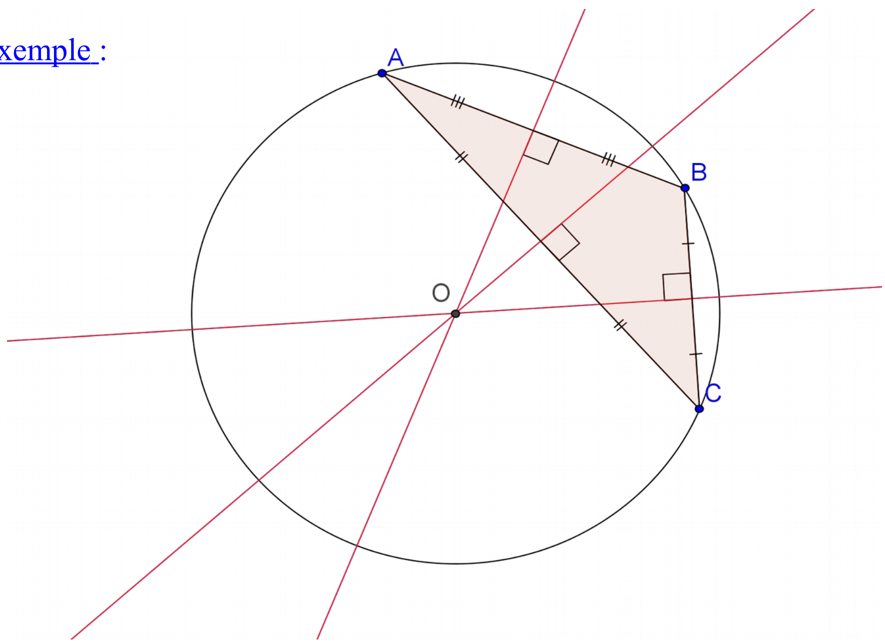


M appartient à la médiatrice du segment [AB], donc M est à égale distance de A et de B.

Propriété

Les 3 médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point appelé le centre du cercle circonscrit.
Ce point est à égale distance des trois sommets du triangle.

Exemple :



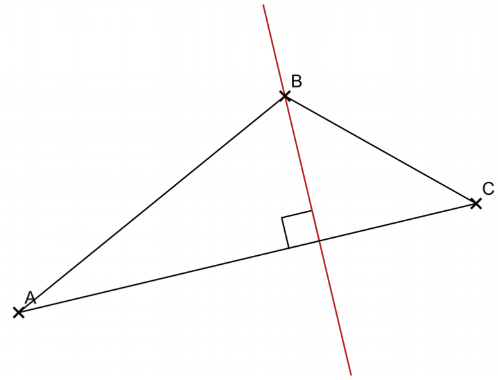
Le cercle de centre O et passant par les les points A, B et C est le cercle circonscrit au triangle ABC.

II\ Hauteurs d'un triangle :

Définition

Une hauteur d'un triangle est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé à ce sommet.

Exemple :

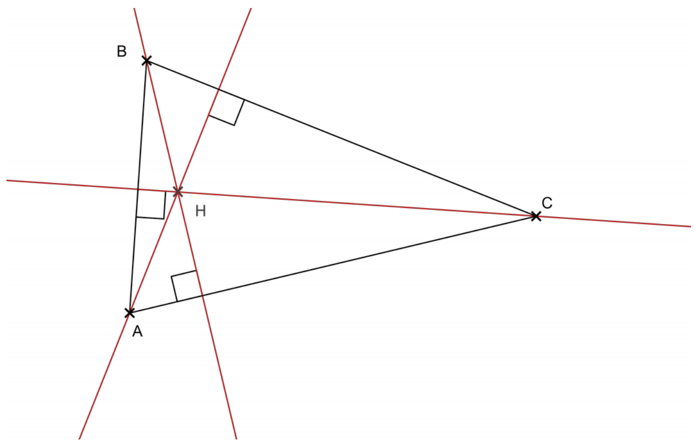


Remarque : Dans le triangle ABC, on parlera de la hauteur issue de B.

Propriété

Les trois hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé l'orthocentre.

Exemple :



III\ Inégalité triangulaire :

Propriété

Quels que soient les point A, B et C : $AC \leq AB + BC$

Condition d'existence d'un triangle :

Il est possible de construire un triangle dont on donne les longueurs de trois côtés lorsque la plus grande longueur est inférieure à la somme des deux autres longueurs.

Exemple :

A, B et C sont trois points tels que AB = 2cm, AC = 4cm et BC = 3 cm.
4 est le plus grand de ces trois nombres et $4 < 2 + 3$.
Donc, ces trois points forment un triangle ABC.

Donner 3 longueurs ne permettant pas la construction d'un triangle.

Condition d'appartenance à un segment :

Si un point B appartient à un segment [AC], alors :

$$AB + BC = AC$$

Si A, B et C sont trois points tels que AB + BC = AC, alors le point B appartient au segment [AC].