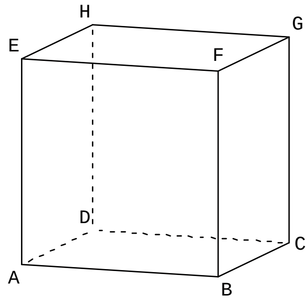
Pour chacune des cinq propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et justifier la réponse choisie.
Il est attribué un point par réponse exacte correctement justifiée. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte. Une absence de réponse n'est pas pénalisée.

1. **Proposition 1** :
Dans le plan muni d'un repère orthonormé, l'ensemble des points M dont l'affixe z vérifie l'égalité $|z - i| = |z + 1|$ est une droite.

2. **Proposition 2 :**
Le nombre complexe $(1 + i\sqrt{3})^4$ est un nombre réel.

3. Soit ABCDEFGH un cube.
Proposition 3 : Les droites (EC) et (BG) sont orthogonales.



4. L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Soit le plan P d'équation cartésienne $x + y + 3z + 4 = 0$. On note S le point de coordonnées $(1 ; -2 ; -2)$.

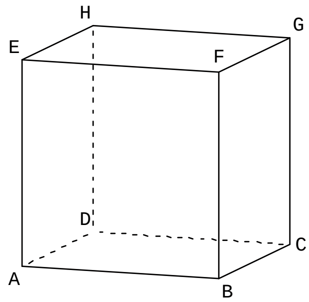
Proposition 4 : La droite qui passe par S et qui est perpendiculaire au plan P a pour représentation paramétrique $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$.

CORRECTION

1. **Proposition 1** : VRAI
Soit les points A d'affixe i, B d'affixe – 1 et M d'affixe z, $|z - i| = |z + 1| \Leftrightarrow AM = BM \Leftrightarrow$ M appartient à la médiatrice de [AB].

2. **Proposition 2 :** FAUX
$(1 + i\sqrt{3})^2 = 1 - 3 + 2i\sqrt{3} = -2 + 2i\sqrt{3}$ donc $(1 + i\sqrt{3})^4 = 4(-1 + i\sqrt{3})^2 = 4(1 - 3 - 2i\sqrt{3})$
$(1 + i\sqrt{3})^4 = -8 - 8i\sqrt{3}$
Autre méthode : $1 + i\sqrt{3} = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ donc $(1 + i\sqrt{3})^4 = 2^4\, e^{4i\frac{\pi}{3}} = 16\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -8 - 8i\sqrt{3}$

3. **Proposition 3 :** VRAI
$\overrightarrow{EC} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FC}$ donc $\overrightarrow{EC} . \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{EF} . \overrightarrow{BG} + \overrightarrow{FC} . \overrightarrow{BG}$
la droite (EF) est perpendiculaire au plan (BCG) est orthogonale à la droite (BG) donc $\overrightarrow{EF} . \overrightarrow{BG} = 0$
Les diagonales (BG) et (CF) du carré BCGF sont perpendiculaires donc $\overrightarrow{FC} . \overrightarrow{BG} = 0$ donc $\overrightarrow{EC} . \overrightarrow{BG} = 0$



4. **Proposition 4 :** VRAI
P est le plan d'équation cartésienne $x + y + 3z + 4 = 0$ donc $\vec{n}(1 ; 1 ; 3)$ est un vecteur normal à P.
Soit Δ la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$, $\vec{n}$ est un vecteur directeur de Δ donc Δest perpendiculaire à P.
Le point de Δ de paramètre – 1 a pour coordonnées (1 ; – 2 ; – 2) donc S appartient à Δ donc Δ est la droite qui passe par S et qui est perpendiculaire au plan P