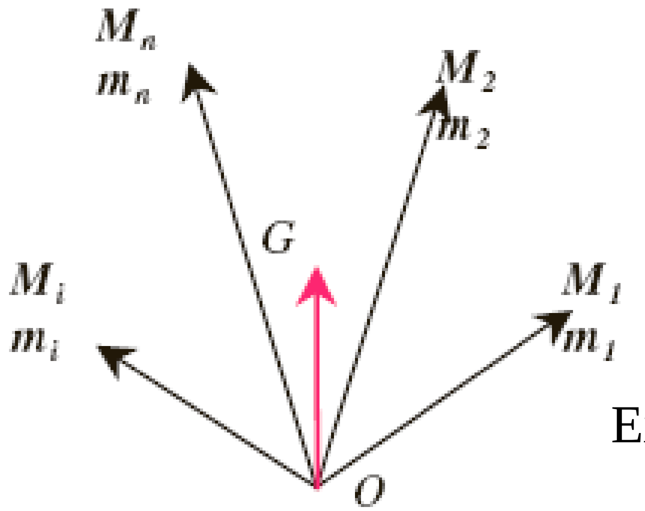
Physique 2 - Mécanique
SVT – S2 – 2016

Jaouad Diouri

2. Dynamique élémentaire

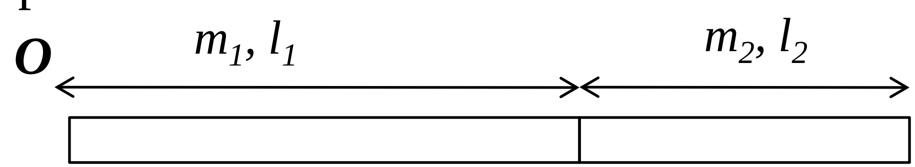
Centre d'inertie
Barycentre, centre de gravitation



$$\sum_i m_i \overrightarrow{OM}_i = \overrightarrow{OG}\sum_i m_i = M.\overrightarrow{OG}$$

M masse totale du système

Exemple : barre formée de 2 morceaux différents



En comptant les abscisses à partir de l'origine **O** *et en supposant que la masse de chaque morceau est concentrée en son milieu, on peut écrire :*

$$(m_1 + m_2)OG = m_1\frac{l_1}{2} + m_2(l_1 + \frac{l_2}{2})$$

Lorsque le système est continu, remplacer la somme par une intégrale

Quantité de mouvement

Le vecteur quantité de mouvement d'un point matériel de masse m se déplaçant avec une vitesse $\vec{v}$ dans un référentiel donné est défini par

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

unité SI : est le kg.m.s^{-1}

Pour un système de points :

$$\boxed{\vec{P} = \sum_i \vec{p}_i = \frac{d}{dt}\sum_i m_i \overrightarrow{OM}_i = M\vec{V}_G}$$

Principe d'inertie : 1ère loi de Newton

Le centre de masse d'un système mécaniquement isolé (aucune action extérieure) est soit au repos soit en mouvement rectiligne et uniforme

Les repères dans lesquels ce principe est vérifié sont des ***repères galiléens***

Un repère lié à la terre peut être considéré comme galiléen pour les mouvements se produisant sur la terre

Dans une voiture qui roule à vitesse constante, ce principe est vérifié (donc repère galiléen), mais en phase de freinage ou d'accélération, le principe n'est pas vérifié (repère non galiléen). Autre exemple : cabine d'ascenseur

Tout référentiel en translation uniforme par rapport à un référentiel galiléen est lui-même galiléen

Principe fondamental de la dynamique 2ème loi de Newton

Dans un référentiel galiléen, la somme des forces appliquées à un système est égal à la dérivée de sa quantité de mouvement

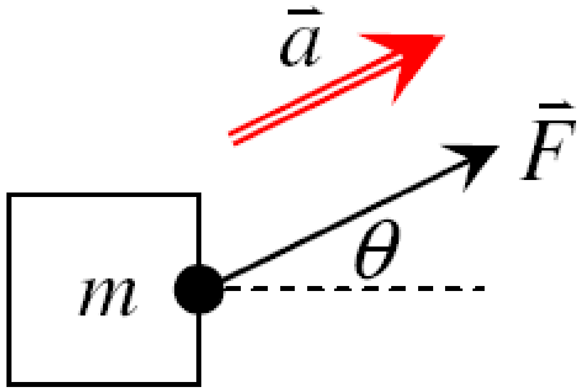
$$\sum \vec{F}_{ext} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(M\vec{V}_G)}{dt}$$

Si la masse du système est constante, la loi devient :

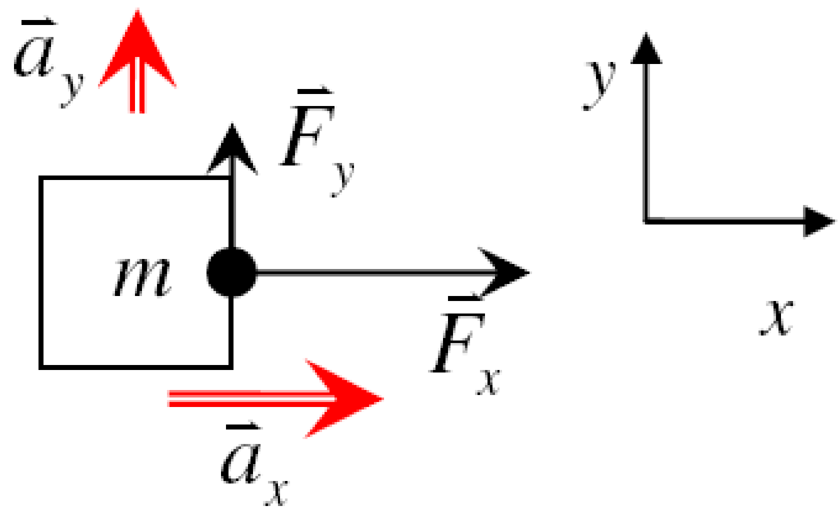
$$\sum \vec{F}_{ext} = m\frac{d\vec{V}_G}{dt} = m\vec{a}_G$$

Décomposition des forces, application de la 2ème loi de Newton

Avant décomposition :



Après décomposition :

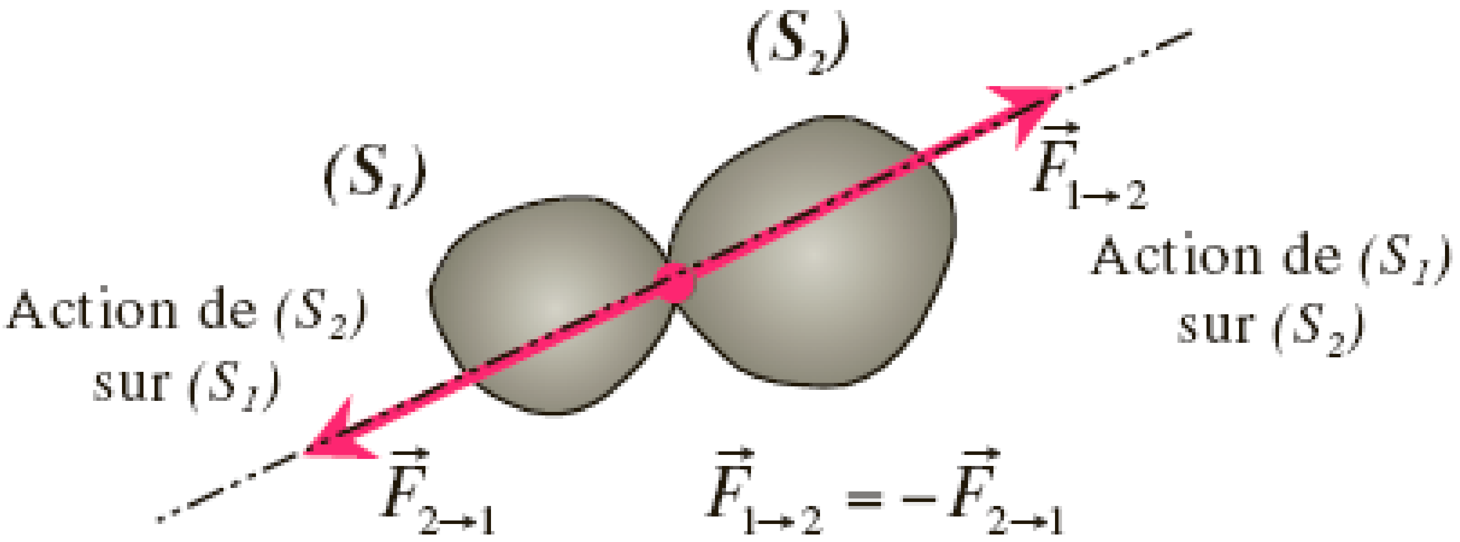


$$\sum \vec{F} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \sum F_x = ma_x \quad \text{où} \quad F_x = F\cos\theta$$

$$\sum F_y = ma_y \qquad F_y = F\sin\theta$$

Les forces communiquent des accélérations (changement de vitesse) et inversement.

$3^{ème}$ loi de Newton
Actions réciproques

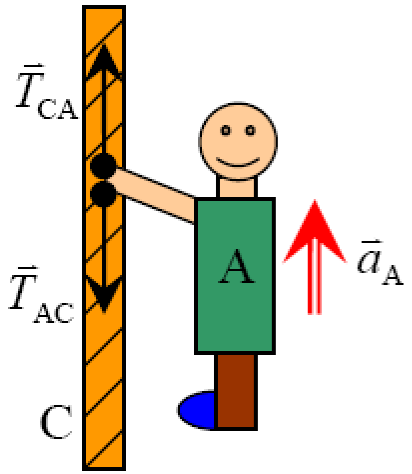


Lorsque deux systèmes S_1 et S_2 sont en interaction, quel que soit le référentiel d'étude et quel que soit le mouvement, l'action du système S_1 sur le système S_2 est exactement égale et opposée à l'action simultanée du système S_2 sur le système S_1

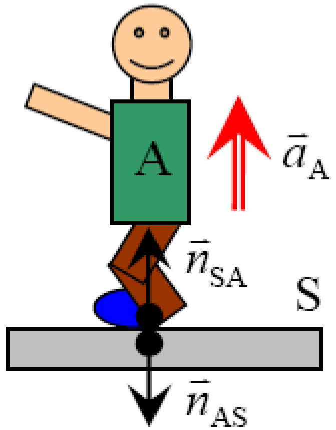
Applications du 3ème principe

Prendre appui, communiquer des accélérations

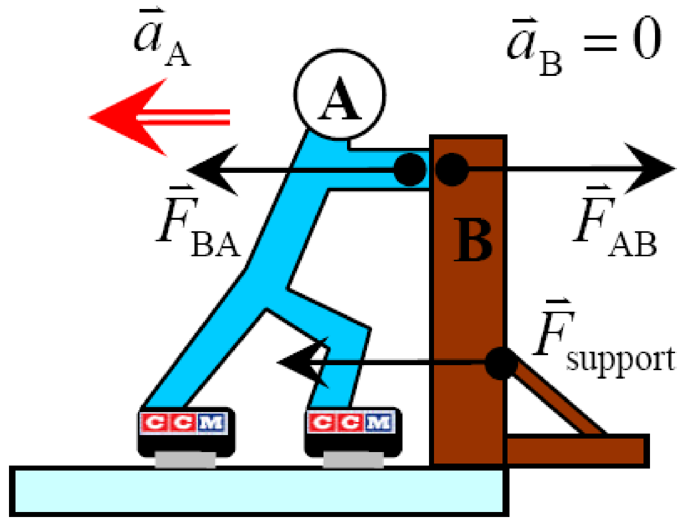
Tirer sur une corde pour se soulever

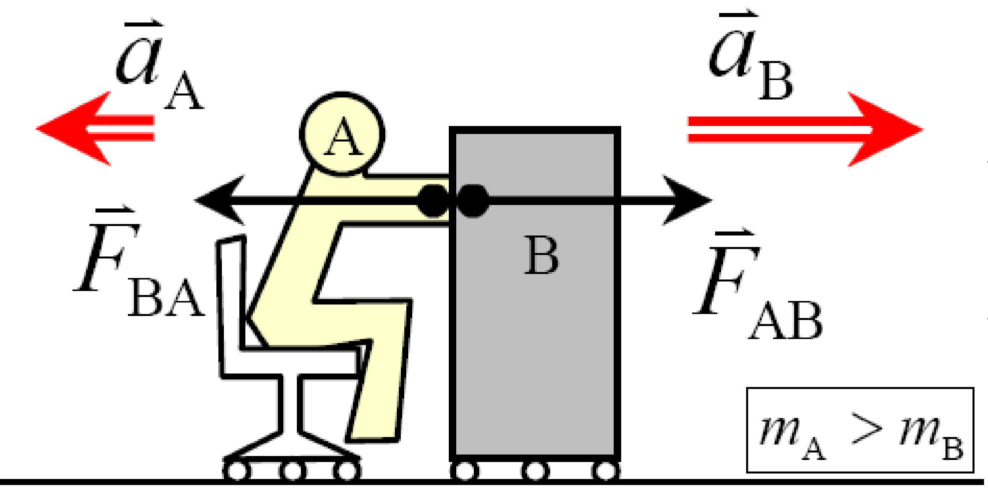


Appuyer pour sauter (danse, plongeon)



Appuyer pour se lancer

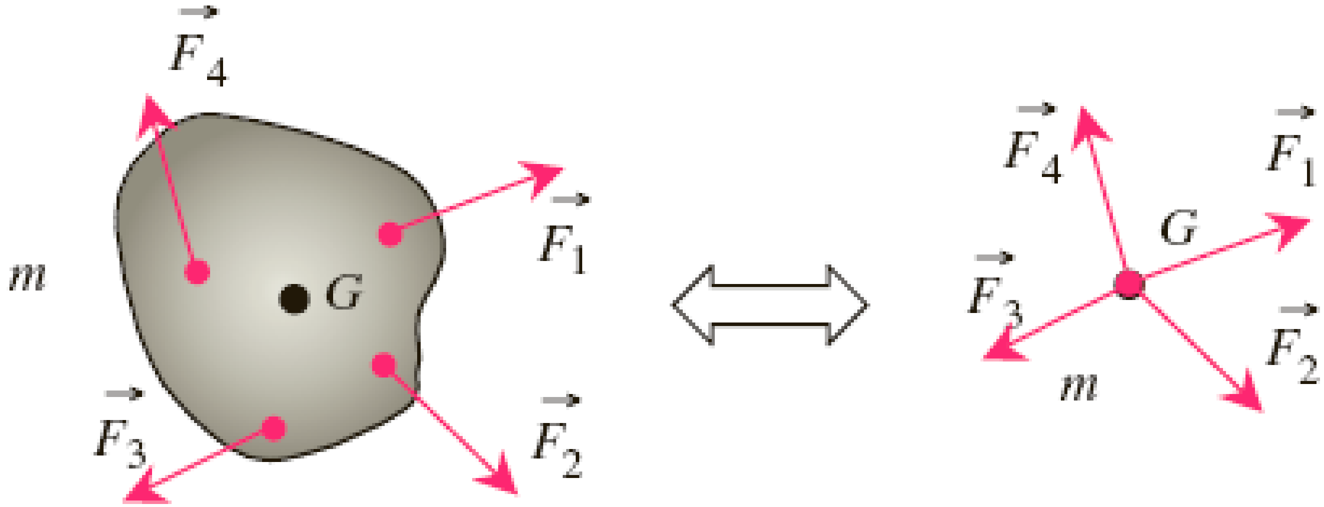




$$\vec{F}_{AB} = m_B \vec{a}_B \quad \vec{F}_{BA} = m_A \vec{a}_A$$

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA} \quad \Rightarrow \quad \vec{a}_B = -\frac{m_A}{m_B}\vec{a}_A$$

Théorème du centre d'inertie (centre de masse)



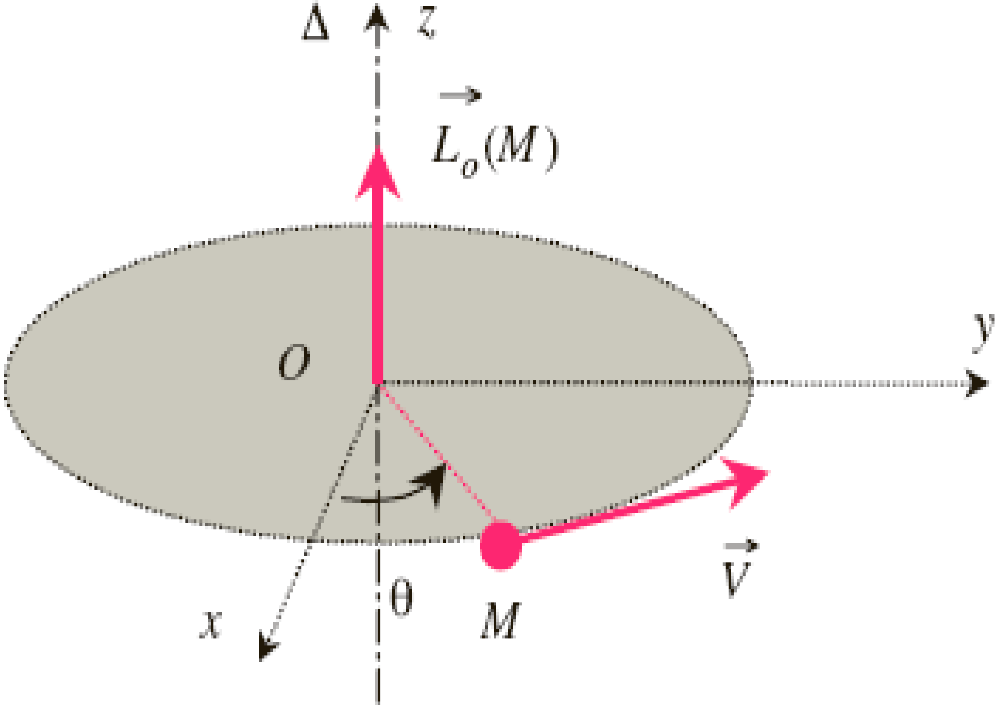
Dans un référentiel galiléen, le mouvement du centre d'inertie d'un système est le même que celui d'un point matériel coïncidant avec ce centre où la masse totale serait concentrée et auquel toues les forces agissant sur le système sont appliquées.

Théorème du moment cinétique

<u>Définition</u> : Le moment cinétique d'un point matériel M(m) par rapport à un point O fixe est défini par :

$$\vec{L}_o(M) = \overrightarrow{OM} \wedge m\vec{V}$$

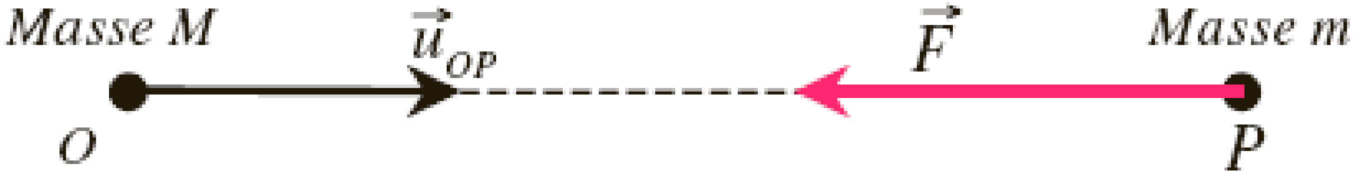
<u>Théorème</u> : La dérivée par rapport au temps du moment cinétique par rapport à O fixe est égal au moment par rapport à ce point de la somme des forces appliquées à M.



$$\frac{d}{dt}\vec{L}_o(M) = \overrightarrow{OM} \wedge \sum \vec{F}$$

Force de gravitation

La force de gravitation est une force à distance (sans contact) attractive qui s'exerce entre deux masses :



$$\vec{F} = -G\frac{mM}{|OP|^2}\vec{u}_{OP}$$

G= Constante de gravitation universelle = 6,67.10^{-11} SI
La force exercée par M sur m est égale et opposée à la force exercée par m sur M (3ème loi de Newton)

Application :
Champ de gravitation de la terre

Un point de masse m situé à l'altitude z par rapport à la surface de la terre subit la force de gravitation terrestre :

$$\vec{F} = -G\frac{mM_T}{|OP|^2}\vec{u}_{OP} = -G\frac{M_T}{(R_T + z)^2}m = -m\vec{g}$$

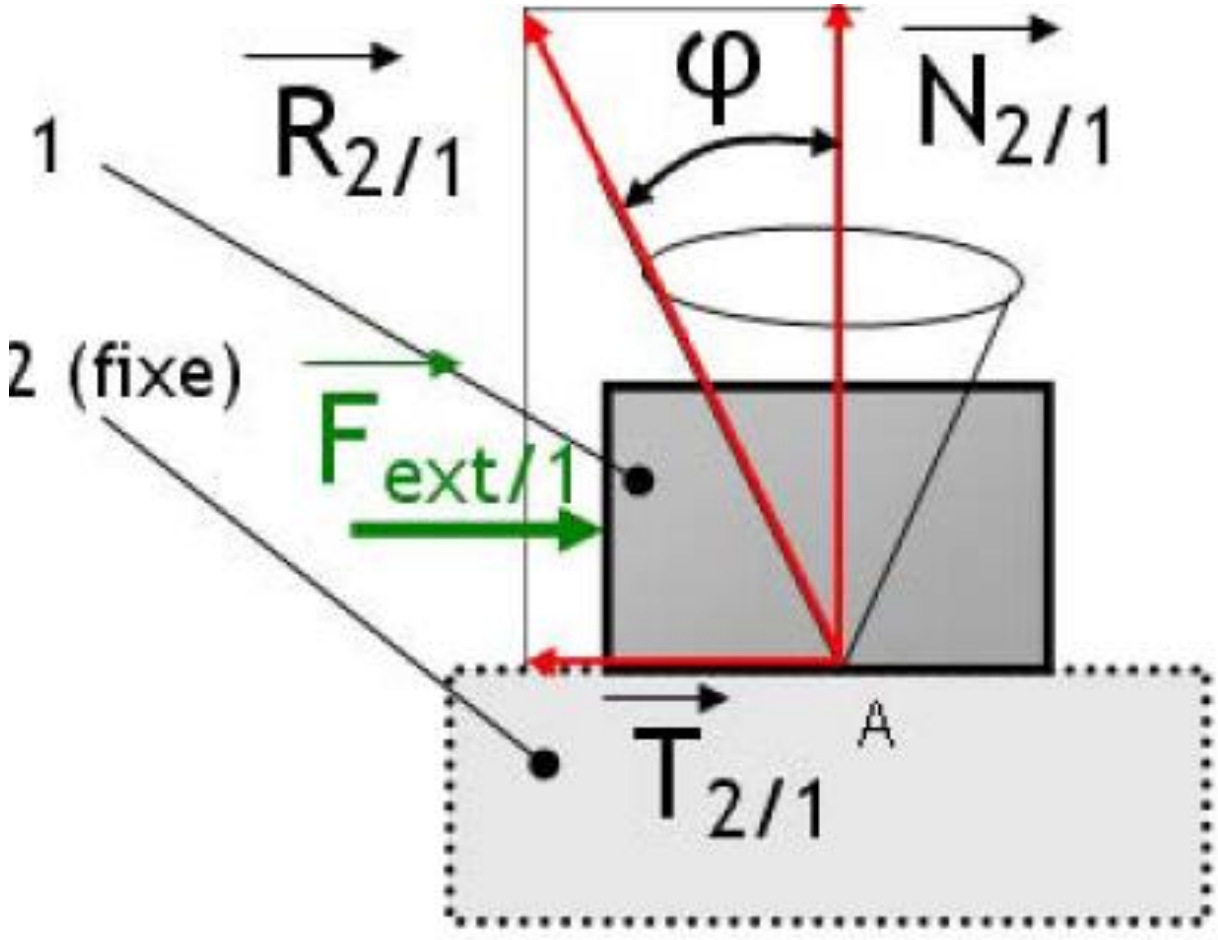
$\vec{g}$ est le champ de gravitation terrestre, accélération de la pesanteur

Pour des faibles altitudes z, g est constant et vaut :

$$g = \frac{(6{,}67.10^{-11}).(6.10^{24})}{(6{,}37.10^{6})^2} \approx 9{,}8\, m.s^{-2}$$

Frottements

Frottement statique ou sec (Loi de Coulomb) : *force minimale nécessaire pour faire entrer en mouvement un corps au repos sur un support*



$$T_{2/1} = \mu_0 N_{2/1}$$

$$\mu_0 = tg\varphi$$

Méthode de résolution d’un problème de mécanique

- Préciser le système (réduction à un point matériel, centre d’inertie)
- Préciser le référentiel (galiléen pour appliquer les lois de Newton)
- Inventaire des forces appliquées (de contact, à distance, tensions, frottement)
- Appliquer le principe fondamental ou le théorème du moment cinétique (équations vectorielles)
- Choisir le repère sur lequel on projette ces équations
- Résoudre les équations obtenues
- Vérifier le sens physique

Force d'inertie de translation dans un repère non galiléen

Loi de Newton dans le repère absolu fixe (galiléen)

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}_r + m\vec{a}_e}$$

Loi de Newton dans le repère relatif (non galiléen)

$$\boxed{m\vec{a}_r = \vec{F} - m\vec{a}_e}$$

Tout système de masse m placé dans un repère en translation accélérée a_e par rapport à un repère fixe subit en plus des forces appliquées, une force d'inertie F_e dirigée dans le sens opposée de l'accélération

$$\boxed{\vec{F}_e = -m\vec{a}_e = -m\frac{d^2\overrightarrow{OO_1}}{dt^2}}$$

Forces d'inertie de rotation dans un repère non galiléen

Loi de Newton dans le repère absolu fixe (galiléen)

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a} = m\vec{a}_r + m\vec{a}_e + m\vec{a}_c}$$

Loi de Newton dans le repère relatif (non

$$\boxed{m\vec{a}_r = \vec{F} - m\vec{a}_e - m\vec{a}_c}$$

Tout système de masse m placé dans un repère de centre O en rotation circulaire uniforme de vitesse ω autour d'un axe passant par O par rapport à un repère fixe subit en plus des forces appliquées :

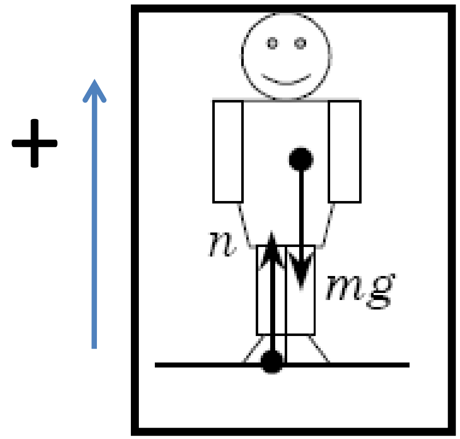
- une force d'inertie F_e dirigée vers l'extérieur du cercle

- une force d'inertie de Coriolis Fc perpendiculaire à $\vec{V}$

$$\vec{F}_e = -m\vec{a}_e = +m\omega^2\overrightarrow{O_1M} \qquad \vec{F}_c = -m\vec{a}_c = -2m\vec{\omega}\wedge\vec{V}_r$$

Manifestations des forces d'inertie

1. Force d'inertie en translation :



1.1 Poids apparent dans la cabine d'ascenseur

$$m\vec{a}_r = 0 = m\vec{g} + \vec{n} - m\vec{a}_e \qquad \vec{n} = m(\vec{a}_e - \vec{g})$$

Lorsque l'ascenseur <u>freine en descente</u> : a_e opposée à la vitesse $a_e > 0$
$n < mg$. *Le poids ressenti par le plancher est plus léger que le poids réel. C'est le poids apparent.*
On peut remarquer le même phénomène avec l'allongement d'un ressort k accroché au plafond qui soutient un poids.

1.2 Force ressentie lors des freinages et accélérations d'un véhicule

2. Force d'inertie centrifuge en rotation :

2.1 Essoreuse (linge, salade.. : les gouttes d'eau sont éjectées par F_e)
2.2 Séparation de liquides de densités différentes (sang)
2.3 Dérapage dans un virage

3. Force de Coriolis

3.1 Mouvements de l'air, anticyclones et dépressions

3.2 Déviation du projectile de longue portée

3.3 Déplacements de masses d'air, nuages, mers et océans

3.4 Déviation des oscillations d'un pendule (pendule de Foucault)

3.5 Déviation vers l'est de la chute libre

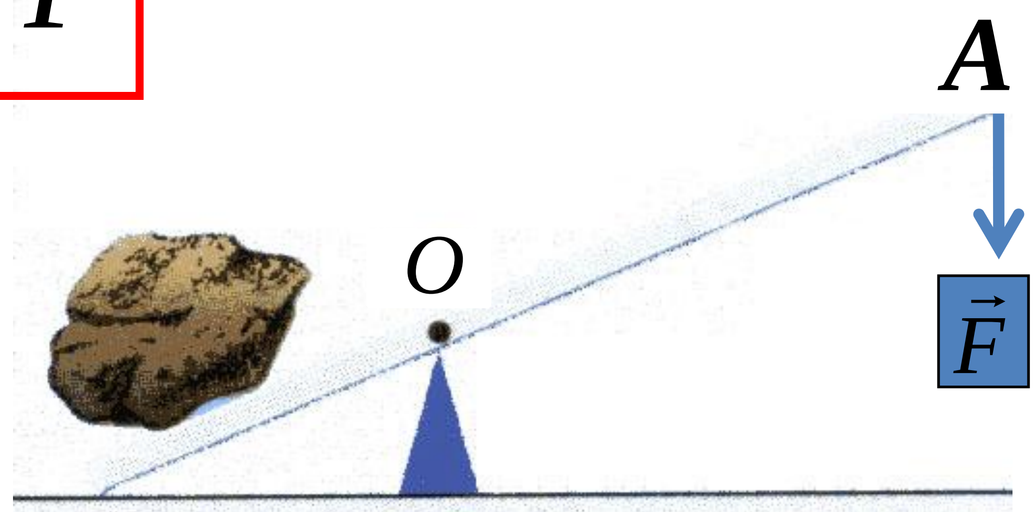
Effet sur la trajectoire d'un corps en mouvement non accéléré

[Voir développement dans Wikipédia]

Équilibre des systèmes : statique

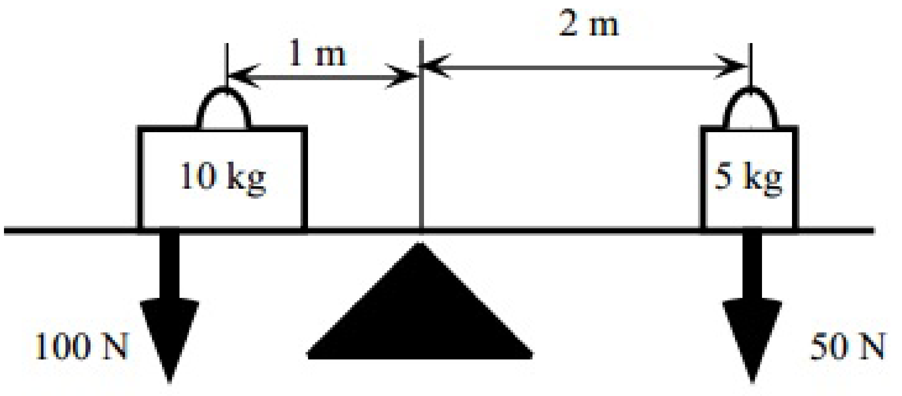
Moment d'une force : *Il mesure la capacité d'une force à produire une rotation. A point d'action de la force, O axe de rotation ⊥ plan de la figure*

$$\boxed{\vec{\Gamma}_O(\vec{F}) = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{F}}$$



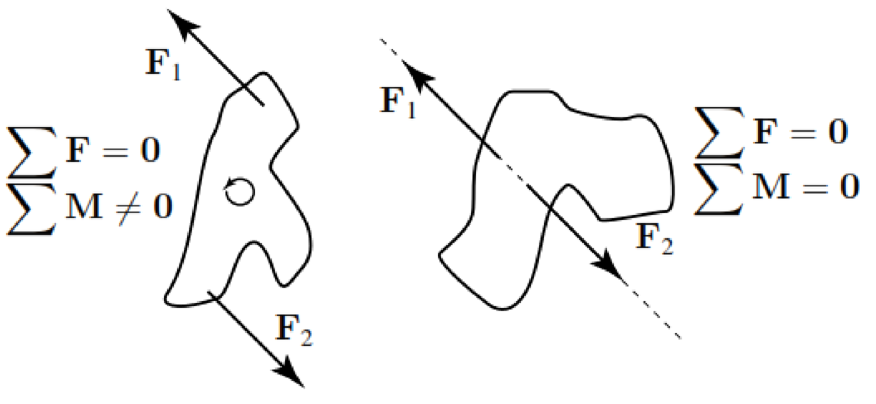
Condition d'équilibre

Le moment du poids de 5kg produit une rotation de la barre à droite, le moment de 10 kg produit une rotation à gauche. Les 2 moments sont égaux : pas de mouvement. Barre en équilibre.



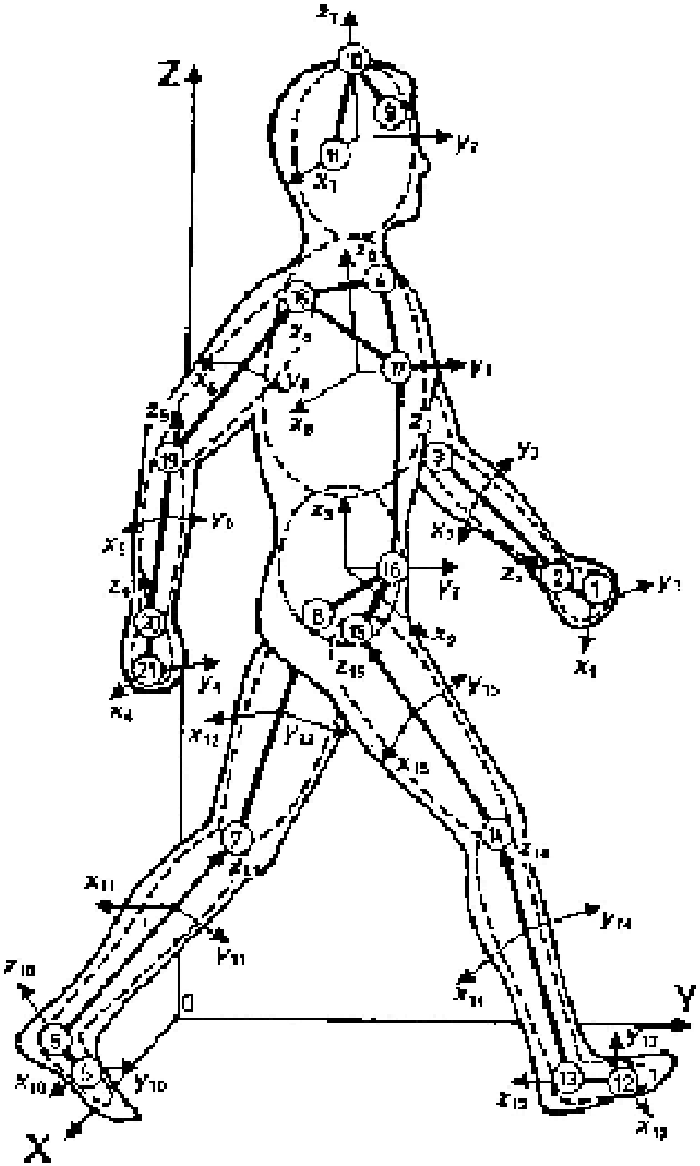
*50N*x*2m*=*100N*x*1m*

Conditions générales de l'équilibre d'un solide soumis à des forces

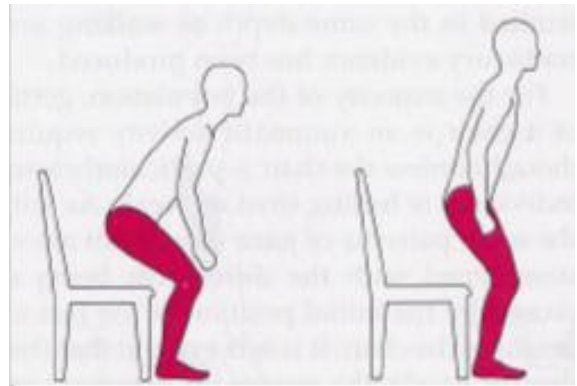


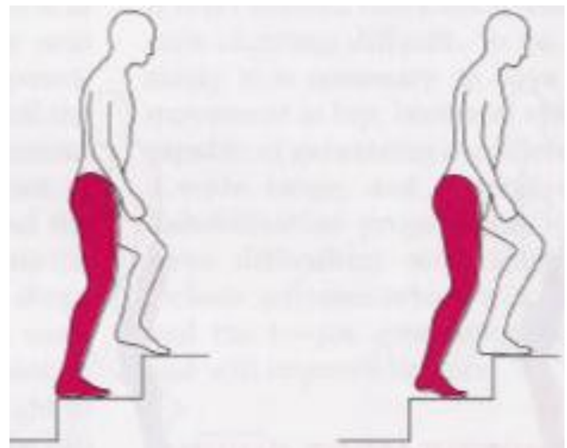
$$\sum \vec{F}_i = 0 \;\; ; \;\; \sum \vec{\Gamma}_G(\vec{F}_i) = \sum \overrightarrow{GA_i} \wedge \vec{F}_i = 0$$

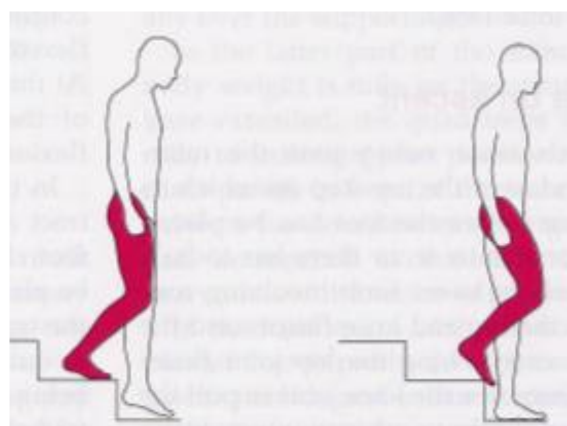
Biomécanique

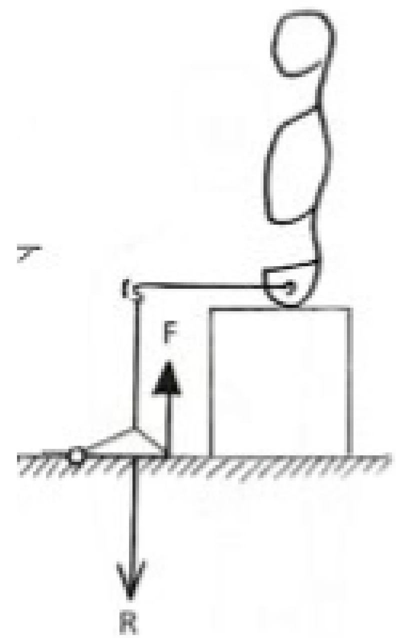


Biomécanique articulaire









Physique 2 - Mécanique
SVT – S2 – 2016

Jaouad Diouri

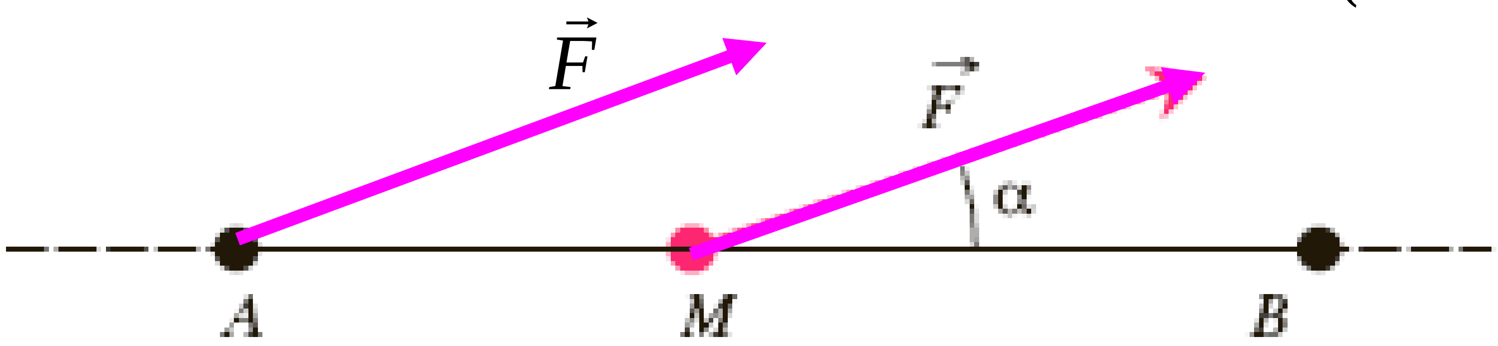
3. Énergie

Travail d’une force constante

Définition : Le travail d'une force constante (vecteur) lorsque son point application se déplace de A à M est défini par :

$$W = \vec{F}.\overrightarrow{AM} = F.AM.\cos\alpha$$

Unité SI : le Joule (1N.1m)



Le travail mesure <u>l’énergie</u> nécessaire pour déplacer un corps en lui appliquant la force $\vec{F}$

Travail d'une force variable : cas d'une force élastique

Lorsque la force est variable pendant le déplacement, on calcule d'abord le travail élémentaire effectué sur un déplacement suffisamment petit δx :

$$\delta W = \vec{F}.\overrightarrow{\delta x}$$

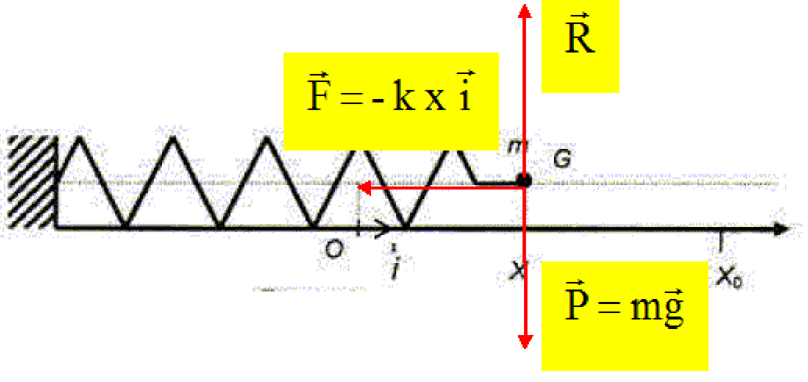
Le travail total est calculé ensuite en faisant la somme des travaux élémentaires.

Exemple : travail de la force de rappel d'un ressort (force élastique)

$$\vec{F} = -kx\vec{i}$$

$$\delta W = -kx\delta x$$

$$W_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2)$$



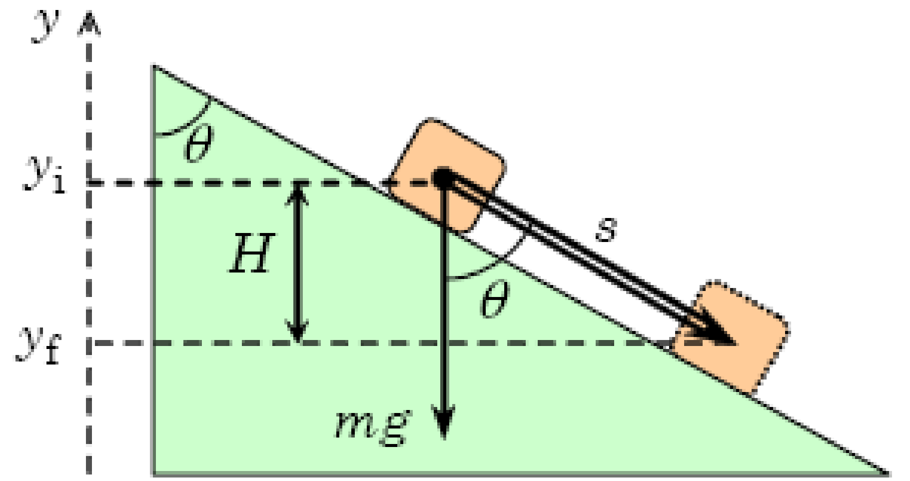
Le travail de la force élastique du ressort ne dépend que des positions finale et initiale. Il ne dépend pas des positions intermédiaires.

Travail du poids

$$W_{y_i}^{y_f} = m\vec{g}.\vec{s} = mg.s\cos\theta$$

$$s\cos\theta = y_i - y_f$$

$$W_{y_i}^{y_f} = -mg(y_f - y_i) = -mg\Delta y$$



Le travail du poids ne dépend que des positions finale et initiale. Il ne dépend pas du chemin suivi.

Le poids descend : *Δy<0* , W>0 , la masse reçoit de l'énergie. Le travail de la force de gravitation est moteur

Δy>0, W< le travail de la force de gravitation est résistant : on doit soulever la masse (apport d'énergie) pour effectuer le déplacement

Puissance

La puissance mesure la rapidité avec comment l'énergie s'écoule dans le temps, le débit de l'énergie

$$\boxed{P = \frac{dW}{dt}}$$

Unité SI : le Watt (1Joule/seconde)

Pour un déplacement en translation (Force F):

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}.d\vec{l}}{dt} = \vec{F}.\frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{F}.\vec{v}$$

Pour un déplacement en rotation (couple C) :

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}.rd\theta\vec{u}_\theta}{dt} = Fr.\frac{d\theta}{dt} = C\Omega$$

Énergie potentielle

C'est une énergie définie par la position du corps soumis à des forces extérieures.

Exemple 1 : Travail du poids

$$W_A^B = mg(z_A - z_B) = E_p^A - E_p^B$$

$E_p = mgz$ est l'énergie potentille de gravitation

Exemple 2 : énergie élastique du ressort

$$\boxed{W_1^2 = E_p^1 - E_p^2}$$

$$W_{x_1}^{x_2} = \frac{1}{2}k(x_1^2 - x_2^2) = E_p^1 - E_p^2;$$

$E_p = \frac{1}{2}kx^2$ est l'énergie potentielle élastique du ressort

<u>Forces conservatives</u> : Forces dont le travail ne dépend que des positions initiale et finale du corps. Il est égal à la diminution de l'énergie potentielle

Énergie potentielle, stabilité de l'équilibre

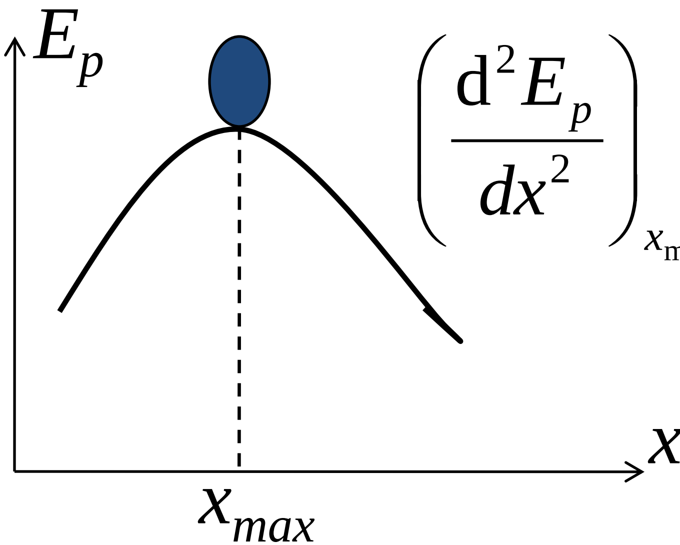
Équilibre d'un point matériel dans un champ de forces d'énergie potentielle E_p

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \rightarrow \left(\frac{dE_p}{dx}\right)_{x_0} = 0 \rightarrow E_p \text{ minimum ou maximum}$$

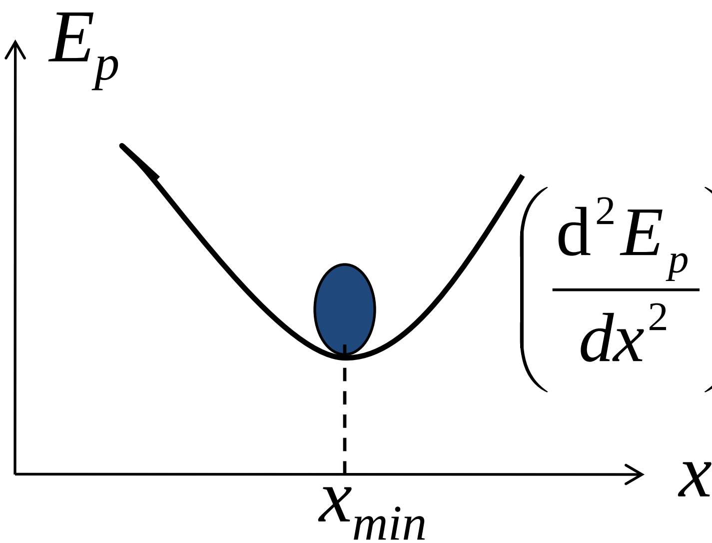
$$E_p \text{ min, } x_0 \text{ position d'équilibre stable et } \left(\frac{\mathrm{d}^2 E_p}{dx^2}\right)_{x_0} > 0$$

$$E_p \text{ max, } x_0 \text{ position d'équilibre instable et } \left(\frac{\mathrm{d}^2 E_p}{dx^2}\right)_{x_0} < 0$$

Énergie potentielle, stabilité de l'équilibre



$$\left(\frac{\mathrm{d}^2 E_p}{dx^2}\right)_{x_{\max}} < 0$$



$$\left(\frac{\mathrm{d}^2 E_p}{dx^2}\right)_{x_{\min}} > 0$$

Théorème de l'énergie cinétique

Énergie liée au mouvement du corps

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Théorème de l'énergie cinétique

$$\boxed{\frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = E_c(B) - E_c(A) = \Delta E_c = \sum W_{A \to B}(\vec{F}_{ext})}$$

La variation de l'énergie cinétique d'un corps entre deux positions A et B est égale à la somme des travaux des forces extérieures appliquées lorsque le corps se déplace de la position A à la position B

Énergie mécanique

D'après le théorème de l'énergie cinétique

$$\boxed{E_c(B)-E_c(A)=\sum W_{A\to B}(\vec{F}_{ext})=W(\vec{F}_{conserv})+W(\vec{F}_{non\ conserv})}$$

Le travail des forces conservatives est égal à la diminution de l'énergie potentielle

$$W(\vec{F}_{cons})=E_p(A)-E_p(B)$$

$$E_c(B)-E_c(A)=E_p(A)-E_p(B)+W(\vec{F}_{noncons})$$

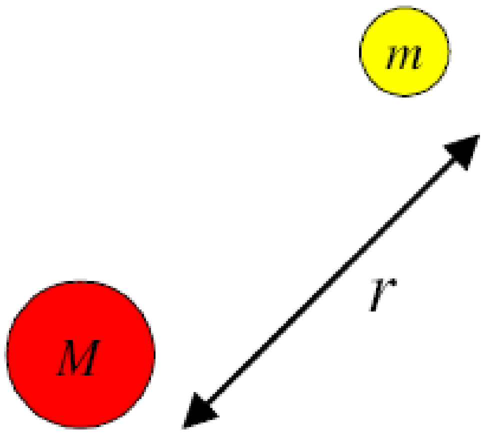
L'énergie mécanique est définie par :

$$\boxed{E_{méc}=E_c+E_p}$$

<u>Théorème</u> : La variation de l'énergie mécanique est égale au travail des forces non conservatives (frottement). Pour un système isolé l'énergie mécanique se conserve, c'est une fonction d'état

Exemple : mécanique céleste

Énergie potentielle gravitationnelle de 2 masses



$$E_p = -G\frac{mM}{r}$$

<u>Vitesse de libération</u> : vitesse initiale pour libérer *m* de l'attraction de *M*

État initial : $r=R_M$ *et* $v=v_0$
État final : $r=\infty$; $v=0$
Conservation de l'énergie mécanique

$$v_0 = \sqrt{\frac{2GM}{R_M}}$$

Pour la terre
$\boldsymbol{v_0 = 11\,180}$ ***m/s***
=40 259 km/h

Cours Maisonneuve, 3.6 Energie gravitationnelle des astres

Mécanique terrestre

Référentiel terrestre : Terre + enveloppe gazeuse

Notre vitesse /réf géocentrique

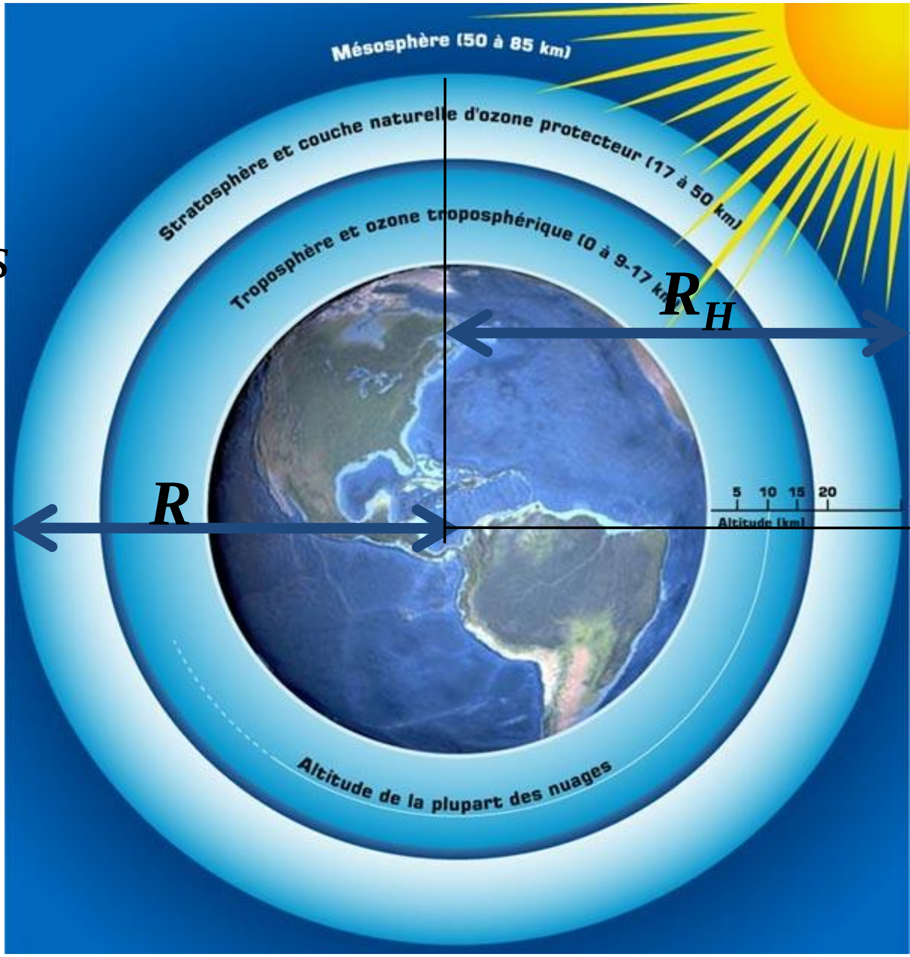
$$v = \omega R_H = \frac{2\pi}{T} R_H \ ; A \ \ l'équateur \ v = 2\pi \frac{6400}{24} = 1674 \, km / h$$

Dans l'atmosphère, les corps (avions, objets volants) qui se déplacent sont liés à la terre et suivent le même mouvement de rotation. Ils subissent 2 forces : Poids P et force d'inertie centrifuge F.

A l'équateur :

$$P = \frac{GM_T}{R^2} m \ ; \ F = m \left(\frac{2\pi}{T} \right)^2 R_H$$

$$\frac{P}{F} = \frac{GM_T T^2}{4\pi^2 R^2 R_H} \approx 185 \, (\text{équateur})$$



Notes historiques : Galilée; Copernic